

**Mathematische Bildung in Alltags-
und Spielsituationen begleiten –
Handlungsnahe Erfassung mathematikdidaktischer
Kompetenz angehender fröhpädagogischer Fachkräfte
durch die Bearbeitung von Videovignetten**

D i s s e r t a t i o n
zur Erlangung des akademischen Grads
Dr. phil.
im Fach Erziehungswissenschaft
an der Kultur-, Sozial- und Bildungswissenschaftlichen Fakultät
der Humboldt-Universität zu Berlin von
M.A. Simone Dunekacke

Präsident der Humboldt-Universität zu Berlin

Prof. Dr. Jan-Hendrik Olbertz

Dekanin der Kultur-, Sozial- und Bildungswissenschaftlichen Fakultät

Prof. Dr. Julia von Blumenthal

Gutachterinnen und Gutachter

1. Prof. Dr. Sigrid Blömeke
2. Prof. Dr. Katja Eilerts
3. ao. Prof. Dr. Oliver Thiel

Datum der Einreichung: 22. September 2015

Datum der Disputation: 06. Januar 2016.

Inhalt

Danksagung	1
Zusammenfassung und Abstract.....	2
Abbildungs- und Tabellenverzeichnis	4
Einleitung	5
1 Theoretischer Hintergrund.....	11
1.1 Frühkindliche Bildung und Erziehung.....	11
1.1.1 Bildung und Erziehung in der frühen Kindheit.....	11
1.1.2 Mathematische Bildung und Erziehung in der frühen Kindheit	12
1.2 Professionelle Kompetenz im Bereich Mathematik	15
1.2.1 Zugrunde liegende Definition von Kompetenz.....	15
1.2.2 Modell professioneller Kompetenz.....	16
1.2.3 Teilfacetten professioneller Kompetenz im Bereich Mathematik	19
1.3 Forschungsstand zur professionellen Kompetenz im Bereich Mathematik.....	21
1.3.1 Vorbemerkung zur Entwicklung des Forschungsfeldes.....	21
1.3.2 Internationaler Forschungsstand	22
1.3.3 Nationaler Forschungsstand.....	25
1.3.4 Diskussion des Forschungsstandes	28
2 Forschungsfragen und Hypothesen.....	32
3 Zusammenfassung des methodischen Vorgehens und der Ergebnisse.....	38
3.1 Methodisches Vorgehen	38
3.1.1 Forschungsdesign und Instrumente.....	38
3.1.2 Datenerhebung und -auswertung	39
3.2 Ergebnisse.....	40
3.2.1 Entwicklung eines videobasierten Tests (Forschungsfrage (1))	40
3.2.2 Validität der Leistungstests (Forschungsfrage (2)).....	41
3.2.3 Struktur der professionellen Kompetenz (Forschungsfrage (3)).....	42
4 Diskussion	43
4.1 Diskussion zu Forschungsfrage (1).....	45
4.2 Diskussion zu Forschungsfrage (2).....	47
4.3 Diskussion zu Forschungsfrage (3).....	51
Fazit und Ausblick.....	54
Literaturverzeichnis	63
Anhang	70
Selbstständigkeitserklärung zur Dissertation	169

Danksagung

An der Entstehung dieser Arbeit waren viele Personen beteiligt, denen an dieser Stelle mein großer Dank gilt. Zunächst sind hier die Kinder, ihre Eltern und Erzieherinnen einer Kindertagesstätte in Syke zu nennen. Ich durfte die Kinder und Erzieherinnen dankenswerterweise eine Woche lang begleiten und in diesem Rahmen die Videoaufnahmen für das entwickelte Forschungsinstrument erstellen.

An der empirischen Studie haben 354 angehende frühpädagogische Fachkräfte aus fünf Fachschulen in Berlin und Niedersachsen teilgenommen. Ihnen und ihren Lehrkräften gilt ein großer Dank für die investierte Zeit.

In diesem Zusammenhang gilt ein großer Dank allen studentischen Mitarbeiterinnen und Mitarbeitern sowie den Studierenden, die im Rahmen des Dissertationsprojekts ihre Abschlussarbeiten verfasst haben. Ohne ihre tatkräftige Unterstützung wäre die Datenerhebung nicht zu realisieren gewesen.

Ein weiterer Dank geht an meine Kolleginnen und Kollegen für die vielen kritisch-konstruktiven Fragen im Rahmen der Kolloquien oder anderer Gelegenheiten. Besonderer Dank gilt an dieser Stelle Lars Jenßen für die methodische Beratung und die spannenden Gespräche über Forschung und andere wichtige Themen des Lebens.

Meiner Betreuerin Sigrid Blömeke gilt ein großer Dank für die Unterstützung dieses Vorhabens sowie die kritischen Fragen und Anmerkungen, die immer ein gutes Abwägen zwischen dem Wünschenswerten und dem tatsächlich Möglichen erlaubt haben. Ein weiterer Dank gilt den Gutachterinnen und Gutachtern Katja Eilerts und Oliver Thiel.

Der letzte, aber eigentlich erste Dank gilt meiner Familie und meinen Freunden. Ohne eure Unterstützung in allen Lebensphasen wäre es wohl nie zu dieser Arbeit gekommen!

Zusammenfassung und Abstract

Zusammenfassung

Frühe mathematische Bildung ist in den vergangenen Jahren durch die Ergebnisse der internationalen Schulleistungstudien, Befunde zu frühen mathematischen Fähigkeiten und ihre Bedeutung für das spätere Mathematiklernen sowie Befunde zur unzureichenden Qualität der mathematischen Förderung in Kindertageseinrichtungen verstärkt zum Gegenstand der fachdidaktischen Forschung geworden. Ob frühpädagogische Fachkräfte im Rahmen ihrer Ausbildung oder beruflichen Praxis die zur Begleitung früher mathematischer Bildung erforderliche Kompetenz erwerben, wurde erst in den vergangenen sechs Jahren verstärkt empirisch untersucht. Nach wie vor können dabei große Forschungsdesiderate identifiziert werden, u.a. dass es kaum reliable und valide Instrumente zur Erfassung der unterschiedlichen Facetten professioneller Kompetenz gibt, dass es keine Befunde zum empirischen Zusammenhang unterschiedlicher Kompetenzfacetten gibt und dass es insbesondere zur wichtigen Phase der Ausbildung kaum Befunde zur Kompetenzstruktur der Fachkräfte gibt. Mit der vorliegenden kumulativen Dissertation wird ein Beitrag zur Schließung dieser Forschungslücken geleistet. Das Hauptziel der Arbeit ist die Analyse der Kompetenzstruktur angehender frühpädagogischer Fachkräfte im Bereich Mathematik unter Berücksichtigung von Dispositionen und situationsspezifischen Fähigkeiten. Damit verbunden sind zwei weitere Ziele: Erstens die Entwicklung eines videobasierten Instruments zur Erfassung der situationsspezifischen Fähigkeiten und zweitens die Überprüfung der prognostischen und differenziellen Validität der im Rahmen des Projekts KomMa entwickelten Leistungstests zur Erfassung des professionellen Wissens.

Im empirischen Teil der Arbeit wird gezeigt, dass es möglich ist, ein solches videobasiertes Instrument zu entwickeln. In einer quantitativ-empirischen Studie können erste Belege für die prognostische und differenzielle Validität der KomMa-Leistungstests gegeben werden. Bezogen auf das Hauptziel zeigt die Analyse der Daten, dass professionelle Kompetenz frühpädagogischer Fachkräfte im Bereich Mathematik erwartungsgemäß ein mehrdimensionales Konstrukt ist, bei dem insbesondere das fachdidaktische Wissen und anwendungsorientierte Überzeugungen bedeutsam für die Situationswahrnehmung und Handlungsplanung sind.

Damit werden im Anschluss an die wenigen bisher vorliegenden Befunde zur professionellen Kompetenz frühpädagogischer Fachkräfte im Bereich Mathematik weitere Hinweise darauf gegeben, dass dies eine spezifische Form pädagogischen Handelns ist, die somit auch entsprechender Aus- und Weiterbildungsangebote bedarf.

Abstract

In recent years, early mathematical education has increasingly become a subject of didactic research. There are three main reasons for this: (1) results of the international student assessments; (2) findings on early mathematical literacy and their importance for further mathematical learning; (3) findings on the poor quality of fostering mathematical literacy in preschools. Whether preschool teachers acquire the competence needed to foster early mathematical literacy as part of their professional training or practice has been examined empirically only in the last six years.

Up to now there are still some lacks of research which can be identified. First of all, there are only few reliable and valid instruments to measure different facets of professional competence, secondly, there is no empirical evidence of the relationships of different facets of competence, and, thirdly, there are only few studies examining the structure of the professional competence of prospective preschool teachers. The presented cumulative PhD Study is a first step to close these research gaps. The main objective of this work is to analyze the competence structure of prospective preschool teachers taking into account their dispositions and situation specific skills. This entails two more goals, firstly, the development of a videobased assessment to measure situation specific skills, and, secondly, the review of the prognostic and differential validity of the two achievement tests to measure professional knowledge, developed within the KomMa-project.

The empirical part of the paper shows that it is possible to develop such a videobased assessment. In a quantitative empirical study first evidence for the prognostic and differential validity of the KomMa achievement tests is given. Concerning the main objective of this PhD project, the professional competence of prospective preschool teachers in the field of mathematics is examined. As expected, it is shown that competence is a multidimensional construct. Especially the mathematics pedagogical content knowledge and the application-oriented beliefs of the prospective preschool teachers are predictive for their perception of situations and their planning of actions. Following the current state of research, this PhD project provides further evidence that professional competence of prospective preschool teachers in the field of mathematics is a specific form of mathematics education which thus also requires appropriate training and further education opportunities.

Abbildungs- und Tabellenverzeichnis

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1: Allgemeines Kompetenzmodell der Frühpädagogik (Fröhlich-Gildhoff et al., 2011, S. 17)	17
Abbildung 2: Modeling competence as a continuum (Blömeke et al., 2015a).	18
Abbildung 3: Komplexes SEM Modell professioneller Kompetenz im Bereich Mathematik.	43
Abbildung 4: Professionelle Kompetenz als "Filter".	52
Abbildung 5: Professionelle Kompetenz in frühpädagogischer Leserichtung.	59

Tabellenverzeichnis

Tabelle 1: Forschungsstand zur professionellen Kompetenz im Bereich Mathematik	29
Tabelle 2: Messzeitpunkte und Instrumente.....	38
Tabelle 3: Gütekriterien der verwendeten Instrumente.....	39
Tabelle 4: Gütekriterien des entwickelten videobasierten Instruments.....	41
Tabelle 5: Ergebnisse zur prognostischen Validität der Leistungstests	42
Tabelle 6: CFA Modelle der Konstrukte	71

Einleitung

Erziehung, Bildung und Betreuung sind die zentralen Aufgaben von Kindertageseinrichtungen, die die soziale, emotionale, körperliche und geistige Entwicklung aller Kinder fördern sollen (Sozialgesetzbuch VIII, 1990). Der Fokus auf Bildung wurde dabei in den vergangenen 15 Jahren deutlich intensiviert. Hierfür können zwei Begründungslinien gezeichnet werden.

Zunächst ist das schlechte Abschneiden deutscher Schülerinnen und Schüler bei internationalen Vergleichsstudien wie PISA, TIMSS oder IGLU (Müller, Gartmeier, & Prenzel, 2013; Drieschner, 2010; Diskowski, 2009) zu nennen. In der Konsequenz hat sich daraus ein „bildungspolitischer Kurswechsel“ ergeben, indem von der Inputorientierung, wie sie durch die Lehrpläne vorherrschte, zur Outputorientierung gewechselt wurde (Müller et al., 2013). Dies intendierte einen stärkeren Blick auf die zu erreichenden Kompetenzen der Schülerinnen und Schüler, die in den Bildungsstandards definiert wurden (ebd.). Des Weiteren haben die Studien, insbesondere die TIMSS-Videostudie, in diesem Zusammenhang auch verstärkt empirische Belege für die Bedeutung der Lehrkräfte geliefert (Klieme, Schümer, & Knoll, 2001). In den folgenden Jahren hat sich die Forschung intensiv der Untersuchung der professionellen Kompetenz der Lehrkräfte gewidmet (Baumert et al., 2010; Blömeke, Kaiser, & Lehmann, 2010), wobei ein besonderer Fokus auf der professionellen Kompetenz von Mathematiklehrkräften lag. Auch der Bereich der frühkindlichen Bildung ist von diesen Entwicklungen tangiert worden. Die Ergebnisse der Vergleichsstudien haben auf einen positiven Zusammenhang zwischen dem Besuch von Kindertageseinrichtungen und den späteren Schulleistungen verwiesen (Rindermann, 2008; Bos et al., 2007; Prenzel, Heidemeier, Ramm, Hohensee, & Ehmke, 2004). Dies hat in der Frühpädagogik zu kontroversen Diskussionen und einer stärkeren Orientierung am Bildungsauftrag geführt, die sich gesellschaftlich-politisch u.a. in der Entwicklung von Bildungsplänen widerspiegelte (Diskowski, 2009). Bildungspläne intendieren auch für den Elementarbereich eine stärkere Orientierung an Bildungsbereichen, bei gleichzeitiger Berücksichtigung kindlicher Lern- und Entwicklungsbedürfnisse und ohne schulisches Lernen vorwegzunehmen (ebd.).

Diese Orientierung der Frühpädagogik am Bildungsauftrag wurde durch eine weitere Entwicklung, die stärker innerhalb des frühpädagogischen Diskurses verortet war, unterstützt, nämlich ein verstärktes Bewusstsein für die Zusammenhänge zwischen Qualität und Quantität frühkindlicher Erziehung, Bildung und Betreuung und deren Bedeutung für die weitere Entwicklung der Kinder. Entwicklungschancen, z.B. in der sozial-emotionalen oder kognitiven Entwicklung, aber auch Entwicklungsrisiken, z.B. auffälliges Verhalten oder Bindungsstörungen werden diskutiert und seit ca. 25 Jahren in Studien zur Qualität der institutionellen

Kindertagesbetreuung untersucht¹. Qualität wird dabei über alle Studien hinweg als das Zusammenwirken von Struktur-, Orientierungs- und Prozessqualität verstanden, die, eingebettet in den sozio-ökologischen Kontext, die Entwicklung des Kindes mitverantworten (Tietze et al., 2013b). Die Strukturqualität berücksichtigt Merkmale der Ausbildung der Fachkräfte (z.B. Dauer, Abschluss) und der Arbeitsbedingungen (z.B. Gruppengröße) (Tietze et al., 2013b). Die Orientierungsqualität berücksichtigt die pädagogische Haltung der Fachkräfte. Die Prozessqualität bezieht sich auf die Interaktionen im Dreieck von Fachkräften, Kindern und zur Verfügung stehenden Materialien (ebd.). Insgesamt zeigen die Studien, dass der Besuch einer Kindertageseinrichtung positive Effekte auf die kindliche Entwicklung haben kann, welche sich aber nur bei guter bis sehr guter Qualität der Kindertageseinrichtungen zeigen (Flöter, Egert, Lee, & Tietze, 2013; Sylva et al., 2004; NICHD, 2002). Die Qualität wird dabei allgemein (z.B. Ausstattung und Interaktion in den Einrichtungen) und für ausgewählte Bildungsbereiche betrachtet.

Bildungsbereiche und insbesondere der mathematische Bildungsbereich haben im Elementarbereich eine junge Tradition und haben sich erst in den vergangenen Jahren, beispielsweise durch die zuvor erwähnte Einführung der Bildungspläne, etabliert (Diskowski, 2009). Die Bildungsbereiche sollen eine orientierende Funktion für Fachkräfte und Eltern haben und so für die Interessen der Kinder sensibilisieren (ebd.). Neben Sprache oder Bewegung, zwei schon seit langem in der Frühpädagogik fokussierten Bereichen, hat dabei in der Vergangenheit auch der Bildungsbereich Mathematik an Bedeutung gewonnen, was u.a. darauf zurückzuführen ist, dass die Forschung gezeigt hat, dass Kinder schon früh erste mathematische Fähigkeiten entwickeln (z.B. Wynn, 1992; Fuson, 1988) und mathematischen Fragen auch in ihrer Lebensumwelt begegnen und diese mit großem Interesse aufnehmen (z.B. Kretschmann, 2004; Stern, 1998). Darüber hinaus konnte gezeigt werden, dass frühe mathematische Fähigkeiten, wie beispielsweise das Erkennen von Würfelbildern, bedeutsam für das spätere schulische Lernen sind (z.B. Krajewski & Schneider, 2009; Duncan et al., 2006). Das Ziel früher mathematischer Bildung ist, analog zu anderen Bildungsbereichen, die Fragen der Kinder aufzugreifen und bezogen auf die mathematischen Inhalte zu hinterfragen und zu reflektieren (z.B. Hasemann & Gasteiger, 2014). Auf diese Weise sollen die frühen Interessen und Fähig-

¹ Besonders sind drei Studien zu nennen: (1) die amerikanische *National Institute of Child Health and Human Development Study of Early Child Care* (NICHD) (Vandell et al., 2010; NICHD, 2002); (2) die britischen Studien *Effective Provision of Pre-school Education* (EPPE) (Sylva, Melhuish, Sammons, Siraj-Blatchford, & Taggart, 2004) und deren Follow-Up Studie *The Effective Pre-school, Primary and Secondary Education* (EPPSE) (Sylva, Melhuish, Sammons, Siraj-Blatchford, & Taggart, 2011); (3) die deutsche *Nationale Untersuchung zur Bildung, Betreuung und Erziehung in der frühen Kindheit* (NUBBEK) (Tietze et al., 2013a).

keiten der Kinder an bzw. in Mathematik geweckt und erhalten werden, ohne Inhalte aus dem schulischen Curriculum in unangemessener Weise vorwegzunehmen (ebd.). Dieses spiegelt sich teilweise auch in den bereits angesprochenen Bildungsplänen für Kindertageseinrichtungen wider (Peter-Koop, 2009).

Bezogen auf den Diskurs um die Qualität von Kindertageseinrichtungen wurde in den Arbeiten von Sylva et al. (2011, 2004) und Tietze et al. (2013b) diese auch für einzelne Bildungsbereiche, wie beispielsweise Sprache, Naturwissenschaft oder Mathematik untersucht (ebd.). Es zeigt sich, dass die Entwicklung der Kinder im Bildungsbereich Mathematik von der Qualität der Einrichtung abhängt, wobei die meisten Einrichtungen nur eine niedrige bis mittlere Qualität² erreichen (Tietze et al., 2013b; Sylva et al., 2004). Ähnlich wie in den Schulleistungsstudien wird auch hier deutlich, dass mit einer höheren formalen und inhaltlichen Ausbildungsqualifikation der Fachkräfte sowie entsprechenden Curricula und Konzeptionen der Einrichtungen die allgemeine und bildungsbereichsspezifische Qualität der Einrichtungen erhöht werden kann (ebd.). Dies hat auch aus der Perspektive der Frühpädagogik den Blick stärker auf die Bedeutung und Kompetenz der Fachkräfte gerichtet. Im Mittelpunkt der vorliegenden Arbeit steht die professionelle Kompetenz der pädagogischen Fachkräfte im Bereich Mathematik.

Die in Kindertageseinrichtungen tätigen Fachkräfte haben, insbesondere in Deutschland, bislang nur eine wenig einschlägige Qualifikation für die frühe mathematische Förderung. Frühpädagogische Fachkräfte werden überwiegend an Fachschulen für Sozialpädagogik im Rahmen des Berufsbildungssystems ausgebildet³ (Metzinger, 2009). Die Fachschulausbildung ist eine Breitbandausbildung, die für die Arbeit mit Kindern, Jugendlichen und jungen Erwachsenen qualifiziert und zwischen drei und fünf Jahren dauert (ebd.). Die Eingangsvoraussetzungen für die Ausbildung sowie die Inhalte der Ausbildung variieren in Abhängigkeit der Bundesländer, die die Rahmenlehrpläne für die Ausbildung vorgeben. Analysen der intendier-

² Die mathematikbezogene Prozessqualität wird dabei mit der Skala KES-E erfasst (Tietze et al., 2013b). Anhand von Likert-Skalen sollen geschulte Rater beurteilen, inwiefern in der Gruppe beispielsweise Zählaktivitäten vorkommen oder Aktivitäten zum Sortieren und Vergleichen. Insgesamt ist eine starke Fokussierung auf den mathematischen Inhaltsbereich Zahlen, Mengen und Operationen festzustellen (Tresp, Stockheim, Koch, & Jungmann, 2014).

³ Seit ca. 15 Jahren gibt es auch Bachelor- und Masterstudiengänge der Kindheitspädagogik an Fachhochschulen, mit denen die Erwartung verbunden ist, dass die Absolventinnen und Absolventen durch die wissenschaftliche Ausbildung aktuelle und zukünftige Aufgaben bewältigen können (Kirstein, Fröhlich-Gildhoff, & Haderlein, 2012; Metzinger, 2009). In der vorliegenden Arbeit werden nur Teilnehmende der fachschulischen Ausbildung betrachtet. Diese bilden die Mehrheit der Absolventinnen und Absolventen und haben auch im Gruppendienst in den Kindertageseinrichtungen den größten Anteil. Hierbei wird trotzdem überwiegend der Terminus *frühpädagogische Fachkraft* verwendet, da er im Gegensatz zur Bezeichnung *Erzieherinnen und Erzieher* (was die an den Fachschulen offiziell erworbene Berufsbezeichnung ist), nicht auf eine spezielle Aufgabe fokussiert.

ten und implementierten Lerngelegenheiten haben gezeigt, dass Mathematik und insbesondere Mathematikdidaktik nur wenig berücksichtigt werden (zum intendierten Curriculum: Jenßen et al., 2015c; Speth, 2010, S. 41; zum implementierten Curriculum: Blömeke, Dunekacke, Jenßen, Suhl, Grassmann, & Wedekind, im Druck).

Studien, die die Kompetenzen von im Beruf stehenden Fachkräften untersuchen, zeigen daher auch, unabhängig von ihren kompetenztheoretischen und inhaltlichen Schwerpunkten, dass die Fachkräfte in der Regel nur über unzureichende professionelle Kompetenz im Bereich Mathematik verfügen (z.B. Tsamir, Tirosh, Levenson, Tabach, & Barkai, 2014b; Tresp, Stockheim, Koch, & Jungmann, 2014; Brendefur, Strother, Thiede, Lane, & Surges-Prokop, 2013). Da Kompetenz als eine erlernbare Eigenschaft von Personen gilt (Hartig & Klieme, 2006; Weinert, 2001), sollte sie so früh wie möglich angebahnt werden. Professionelle Kompetenz pädagogischer Fachkräfte sollte also in der Ausbildung grundgelegt werden. Allerdings ist gerade die Phase der Ausbildung wenig untersucht in Bezug auf die Struktur und Entwicklung der professionellen Kompetenz. Die wenigen vorliegenden Befunde deuten ebenfalls eher auf eine unzureichende Kompetenz hin (Jenßen, Dunekacke, & Blömeke, in Vorbereitung; Blömeke et al., im Druck; Jenßen, Dunekacke, Eid, & Blömeke, 2015b; Cantürk-Günhan & Çetingöz, 2013; Bartolini Bussi, 2011; Pitta-Pantazi & Christou, 2011). Mit diesen Forschungsdesideraten geht auch ein Mangel an Instrumenten zur Erfassung dieser professionellen Kompetenz einher (European Commission, EACEA, Eurydice, & Eurostat, 2014; Bogard, Traylor, & Takanishi, 2008; Early et al., 2007).

Diese Forschungslücke wird u.a. im BMBF-geförderten Projekt *Professionelle Kompetenz von Erzieherinnen und Erziehern im Bereich Mathematik* (KomMa) bearbeitet (Blömeke et al., im Druck; Jenßen et al., 2015c). Aufbauend auf den beschriebenen Forschungsdesideraten bestanden die Projektziele in der Entwicklung eines Kompetenzstrukturmodells, welches die professionelle Kompetenz von angehenden frühpädagogischen Fachkräften im Bereich Mathematik curricular valide und anforderungsbezogen abbildet, und darauf aufbauend in der Entwicklung von standardisierten, papier- und bleistiftbasierten Leistungstests zur Erfassung der Kompetenz und deren empirischer Prüfung (Jenßen et al., 2015c). Der Fokus des Projekts liegt dabei auf den kognitiven und motivational-affektiven Dispositionen (Weinert, 2001), insbesondere dem professionellen Wissen (Shulman, 1986) und den professionellen Überzeugungen (Grigutsch, Raatz, & Törner, 1998), die die Fachkräfte mitbringen sollten, um mathematische Bildungsprozesse in der Kindertageseinrichtung begleiten zu können.

Die hier vorliegende kumulative Dissertation ist vor dem Hintergrund entstanden, dass professionelles Wissen und Überzeugungen wesentliche Bestandteile der professionellen

Kompetenz sind (Weinert, 2001), jedoch keine Aussagen über das professionelle Handeln, also die praktische Arbeit mit den Kindern, ermöglichen, da bereits aus dem sehr viel strukturierten schulischen Kontext bekannt ist, dass Wissen keineswegs linear in Handeln transformiert werden kann (Weinert, Schrader, & Helmke, 1990). Diese Tatsache berücksichtigt auch das Modell professioneller Kompetenz in der Frühpädagogik (Fröhlich-Gildhoff, Nentwig-Gesemann, & Pietsch, 2011), indem es neben professionellem Wissen und Überzeugungen auch andere Kompetenzfacetten wie die Situationswahrnehmung und -analyse sowie die Handlungsplanung als „Zwischenschritte“ zwischen dem professionellen Wissen und der tatsächlichen Handlung benennt. Diese Facetten professioneller Kompetenz finden sich auch in dem Verständnis von „Kompetenz als Kontinuum“ wieder und werden hier als „situationsspezifische Fähigkeiten“ bezeichnet (Blömeke, Gustafsson, & Shavelson, 2015a). Für frühpädagogische Fachkräfte gibt es bislang jedoch, neben den theoretischen Überlegungen von Fröhlich-Gildhoff et al. (2011), keine empirischen Befunde darüber, wie die unterschiedlichen Kompetenzfacetten zusammenwirken, also welche Kompetenzstruktur sich abbildet.

Das zentrale Ziel dieser kumulativen Dissertation ist die Bearbeitung dieser Forschungslücke, indem auch situationsspezifische Fähigkeiten als Teilfacetten der professionellen Kompetenz erfasst und bei der Modellierung berücksichtigt werden. Somit geht die Arbeit einen Schritt weiter als das Projekt KomMa. Im Projekt liegt der Schwerpunkt auf kognitiven und motivational-affektiven Facetten professioneller Kompetenz, also den Dispositionen der Fachkräfte.

Da es bislang keine empirischen Befunde zu den situationsspezifischen Fähigkeiten angehender frühpädagogischer Fachkräfte im Bereich Mathematik gibt, liegen auch keine Instrumente vor, mit denen diese in standardisierter Form erhoben werden können (European Commission, 2014; Bogard et al., 2008; Early et al., 2007), womit eine weitere Forschungslücke benannt ist. Ein erstes Ziel der vorliegenden Arbeit war daher die Entwicklung eines Instruments, mit dem situationsspezifische Fähigkeiten von angehenden frühpädagogischen Fachkräften im Bereich Mathematik standardisiert erfasst werden können. In einer quantitativen Feldstudie wurde das Instrument bei N=354 angehenden frühpädagogischen Fachkräften in Berlin und Niedersachsen eingesetzt. In dieser Studie bearbeiteten die angehenden Fachkräfte außerdem die im Rahmen des Projekts KomMa entwickelten Leistungstests zur Erfassung des professionellen Wissens sowie Fragebögen zur Erfassung mathematikbezogener Überzeugungen.

Durch das gewählte Forschungsdesign und die eingesetzten Instrumente ist es auf Basis dieser empirischen Daten möglich, zunächst die prognostische Validität der KomMa-

Leistungstests zu untersuchen. Prognostische Validität ist ein Aspekt des komplexen und wichtigen Testgütekriteriums Validität (Jenßen et al., 2015a; Kane, 1992a). In einer Teilstudie wurden die im Projekt KomMa entwickelten Leistungstests außerdem bei angehenden Grundschullehrkräften eingesetzt. Auf Basis dieser Studie kann weiterhin die differenzielle Validität (Kubinger, 2006; Hattie & Cooksey, 1989) der KomMa-Leistungstests untersucht werden. Die Untersuchung ausgewählter Aspekte der Validität der KomMa-Leistungstests ist damit das zweite Ziel der vorliegenden Arbeit.

Durch die Bearbeitung der beiden zuvor genannten Ziele kann abschließend das Hauptziel des Dissertationsprojekts, nämlich die Analyse der Kompetenzstruktur von angehenden frühpädagogischen Fachkräften unter Berücksichtigung von professionellem Wissen, Überzeugungen und situationsspezifischen Fähigkeiten, untersucht werden.

Die einzelnen Ziele werden in den Publikationen, die dieser kumulativen Dissertation zugrunde liegen, dargestellt und können in den Anhängen C-G eingesehen werden. In dieser rahmenden Arbeit werden im Folgenden zentrale theoretische Grundlagen des Vorhabens dargestellt, indem auf die frühe (mathematische) Erziehung und Bildung (Kapitel 1.1) sowie die professionelle Kompetenz der frühpädagogischen Fachkräfte (Kapitel 1.2) eingegangen wird und der Forschungsstand zu der professionellen Kompetenz dargestellt wird (Kapitel 1.3). Aufbauend auf diesen theoretischen Überlegungen werden in Kapitel 2 die Forschungsfragen und Hypothesen abgeleitet. Kapitel 3 fasst das methodische Vorgehen (Kapitel 3.1) sowie die Befunde der fünf Teilstudien (Kapitel 3.2) zusammen. Die Ausführungen sind sehr kurz gehalten und verweisen auf die ausführlichen Einzeldarstellungen im Anhang. In Kapitel 4 werden die Befunde unter Berücksichtigung der jeweiligen Forschungsfrage diskutiert, Limitationen herausgearbeitet und die Forschungsfragen beantwortet. Im Ausblick werden dann Forschungsdesiderata, die sich aus der Analyse des Forschungsstandes und den empirischen Befunden dieser Arbeit ergeben, aufgezeigt.

1 Theoretischer Hintergrund

1.1 Frühkindliche Bildung und Erziehung

1.1.1 Bildung und Erziehung in der frühen Kindheit

Erziehung, Bildung und Betreuung wurden einleitend als Auftrag von Kindertageseinrichtungen definiert (Sozialgesetzbuch VIII, 1990). Im Folgenden soll das für die Arbeit zugrunde gelegte Verständnis von Erziehung und Bildung kurz dargelegt werden. Auf den Begriff der Betreuung wird dabei nicht weiter eingegangen. Gute Betreuung wird als grundlegende Voraussetzung für Bildung und Erziehung angesehen (Grotschollen, 2010; Laewen, 2010)⁴.

Erziehung wird als das Einfinden von Kindern und Jugendlichen in gesellschaftlich definierte Rollen verstanden, welches durch erwachsene Bezugspersonen angeleitet wird (Kron, 1991, S. 54ff). Erziehungswissenschaft und Frühpädagogik gehen heute konsensuell davon aus, dass Erziehung keinen direkten Einfluss auf das Kind hat, sondern das Ziel von Erziehung die Anregung der Bildungsprozesse des Subjekts ist (Laewen, 2010; Schaub & Zenke, 1997, S. 126f). Erziehung hat damit in der Bildung des Kindes zwei Funktionen, die *Gestaltung der Umwelt* und die *Gestaltung der Interaktionen* zwischen dem sich bildenden Kind und der Bezugsperson (Laewen, 2010). In diesem Sinne entscheidet die Erziehung darüber, mit welchen Inhalten der Bildung Kinder in Berührung kommen (*Gestaltung der Umgebung*) und welche Inhalte oder Fragen, die die Kinder mitbringen, „beantwortet“, also thematisiert werden (*Gestaltung der Interaktionen*) (Laewen, 2010). Diese beiden Erziehungsfunktionen übernehmen im Rahmen der institutionellen Kindertagesbetreuung frühpädagogische Fachkräfte. Das übergeordnete Ziel ist dabei die Gestaltung einer entwicklungsförderlichen Umgebung für alle Kinder und das Eingehen auf die individuellen Interessen der Kinder (ebd.). Beobachtung, Dokumentation und Analyse kindlicher Aktivitäten sind somit wichtige Aufgaben frühpädagogischer Fachkräfte, um die Inhalte der Kinder wahrzunehmen und die Lernumgebung sowie die Interaktionen zu gestalten (Walter-Laager, Pfiffner, Bruns, & Schwarz, 2014; Kieselhorst, Brée, & Neuß, 2013; Laewen, 2010; Schäfer, 2004). Dieses setzt auf Seiten der Fachkräfte zunächst eine differenzierte Wahrnehmung voraus sowie Wissen über mögliche Inhalte, welche sich beide im Rahmen der beruflichen Professionalisierung entwickeln müssen (Walter-Laager et al., 2014). Erziehung kann damit nicht direkt auf Kinder und Jugendli-

⁴ Auch andere pädagogische Grundbegriffe, wie beispielsweise Lernen, Entwicklung oder Sozialisation, werden nicht explizit thematisiert, jedoch an einigen Stellen verwendet und hier im weitesten Sinne als „Teilprozesse“ von Bildung und Erziehung verstanden (Kron, 1991, S. 54ff).

che einwirken, sondern nur Angebote bereitstellen, die von ihnen aufgegriffen werden (Schaub & Zenke, 1997, S. 127).

Bildung ist eines der Konzepte, mit denen das individuelle Antworten der Kinder und Jugendlichen auf Erziehungsangebote erklärt wird. Bildung wird als übergeordnetes Ziel angesehen, wobei eine einheitliche Definition des Begriffs bis heute nicht vorliegt (Laewen, 2010). In der Frühpädagogik wird vor allem auf Wilhelm von Humboldt Bezug genommen, der Bildung als Anregung aller Kräfte des Subjekts versteht, sich die Welt anzueignen (Hentig, 1996). Bildung ist ein wechselseitiger Prozess zwischen dem sich bildenden Subjekt und der Welt (ebd.). Dieser Prozess ist einerseits subjektiv und individuell und kann als *Selbst-Bildung* nur vom Subjekt vollzogen werden, andererseits ist der Bildungsprozess in soziale Beziehungen eingebunden (Schäfer, 1995). Beide Aspekte werden auch in der Frühpädagogik hervorgehoben (Laewen, 2010). Für die deutsche Tradition sind insbesondere die Arbeiten von Schäfer und Fthenakis maßgeblich (Schäfer, 2008; 1995; Dahlberg, 2004; Fthenakis, 2003). Schäfer betont die Facette der *Selbst-Bildung* des Kindes und hebt die Bedeutung von Selbsttätigkeit und eigenständiger Sinnfindung hervor, verweist aber darauf, dass sich Kinder auch an Inhalten bilden (Schäfer, 1995). Fthenakis betont im Ansatz der *Ko-Konstruktion* stärker die sozialen Prozesse von Bildung, in denen die Interaktionen aller Beteiligten (Kinder, Eltern, Fachkräfte usw.) zentral sind (Dahlberg, 2004; Fthenakis, 2003). Erst in diesen Interaktionen werden die Inhalte der Bildung (re)konstruiert (ebd.).

Zusammenfassend wird über die konzeptuellen Unterschiede hinweg deutlich, dass Bildung ein individueller Prozess der Kinder ist (*Selbst-Bildung*), der jedoch in soziale Interaktionen eingebunden ist (*Ko-Konstruktion*) und durch eine anregungsreiche Umgebung gefördert werden kann (Gisbert, 2004). Damit kommt frühpädagogischen Fachkräften durch die *Gestaltung der Umwelt* und die *Gestaltung der Interaktionen* eine wichtige Funktion im Bildungsprozess der Kinder zu.

1.1.2 Mathematische Bildung und Erziehung in der frühen Kindheit

Kinder entwickeln schon früh erste mathematische Fragen (Krajewski, Grübing, & Peter-Koop, 2009) und bringen von Geburt an entwicklungspsychologische Voraussetzungen mit, um sich mit altersangemessenen mathematischen Fragen zu beschäftigen (z.B. Krajewski et al., 2009; Stern, 1998; Wynn, 1992; Resnick, 1989; Resnick, 1989; Fuson, 1988). Darüber hinaus begegnen Kinder auch in ihrer Umwelt früh mathematischen Phänomenen und Aktivitäten (z.B. Hasemann & Gasteiger, 2014; Schuler, 2013; Kaufmann, 2011; Kretschmann, 2004; Wittmann, 2003).

Welche mathematischen Inhalte von Kindern im Kindergarten thematisiert werden bzw. im Sinne der *Gestaltung der Umgebung* auch durch die Fachkräfte bewusst eingebracht werden sollten, wird intensiv diskutiert. Im schulischen Kontext hat sich, auch durch die stärkere Kompetenzorientierung im Unterricht, eine Orientierung an mathematischen Leitideen, sogenannten Inhaltsbereichen, und allgemeinen oder prozessbezogenen Fähigkeiten durchgesetzt (Heckmann & Padberg, 2014, S. 12f). Diese Systematisierung hat sich auch für die Strukturierung mathematischer Bildungsprozesse im Elementarbereich etabliert, da sie einerseits eine Möglichkeit bietet, Alltagssituationen auf ihr mathematisches Potenzial hin zu befragen (Eichler, 2007) und andererseits auch die zukünftigen mathematischen Bildungsprozesse, also die Anschlussfähigkeit an das Mathematiklernen in der Grundschule, im Blick behält (Kaufmann, 2011; Wittmann, 2003; Krauthausen, 1998).

Zu den mathematischen Leitideen bzw. Inhaltsbereichen gehören: Zahlen und Operationen; Raum und Form; Muster und Strukturen, Größen und Messen sowie Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit (KMK, 2004). Der Bereich Muster und Strukturen nimmt dabei eine Schlüsselrolle ein, weil er einerseits mit den anderen Inhaltsbereichen eng vernetzt ist (z.B. können Zahlenfolgen oder Paketierungen als Muster betrachtet werden) und andererseits auf unterschiedlichen Niveaus bearbeitet werden kann (z.B. vom Legen und Erklären des Musters bis zum Beweis, dass es sich unendlich fortsetzen lässt). Damit ist dieser Inhaltsbereich gerade unter der Perspektive der Anschlussfähigkeit von Bildungsprozessen besonders bedeutsam und kann auch im Elementarbereich gut bearbeitet werden (Wittmann, 2003). Allgemeine oder prozessbezogene Fähigkeiten beschreiben die allgemeinbildenden und gesellschaftspolitisch relevanten Aspekte des Mathematiklernens (Krauthausen, 1998): Problemlösen, Argumentieren, Kommunizieren, Darstellen und Modellieren (KMK, 2004). Auch ihnen wird, gerade im Zusammenhang mit der Anschlussfähigkeit der Bildungsprozesse ein großes Potenzial zugesprochen, wie Eilerts und Kolter (under revision) am Beispiel des Übergangs vom Primar- in den Sekundarbereich zeigen. Für den Elementarbereich sind insbesondere Problemlösen, Kommunizieren und Argumentieren bedeutsam (Kaufmann, 2011). Diese werden zumeist nicht explizit erwähnt, jedoch in substanziellen Lernumgebungen mit gefördert, indem z.B. besonderer Wert darauf gelegt wird, die Vorgehensweise oder Lösung zu verbalisieren oder weiterführende Fragen zu stellen (ebd.).

Hier finden sich auch die in Kapitel 1.1.1 dargestellten Erziehungsfunktionen *Gestaltung der Umgebung* und *Gestaltung der Interaktion* wieder. Im Rahmen der *Gestaltung der Umgebung* werden Themen wie die Raumgestaltung bzw. die Auswahl von Materialien, aber auch die Planung bestimmter Aktivitäten bedeutsam (Schuler, 2013). Hierbei können z.B.

Gesellschaftsspiele mit mathematischem Potenzial ausgewählt werden (ebd.) oder Materialien zum Ordnen, Sortieren und Musterlegen (Lee, 2010) sowie Alltagsgegenstände mit mathematischem Bezug, wie z.B. Waagen oder Messwerkzeuge (Kaufmann, 2011), bereitgestellt werden. Die *Gestaltung der Interaktion* bezieht sich auf die kurz- und mittelfristige Interaktion der Fachkraft mit den Kindern. Im Alltag können spontan mathematische Lernanlässe entstehen, wie eine Unterhaltung über Eigenschaften geometrischer Körper beim Konstruktionspiel, die dann unter mathematischer Perspektive reflektiert werden sollten (z.B. „Warum kann auf den Klotz, der aussieht wie ein Dreieck, nur manchmal noch ein „Würfel“ gelegt werden, ohne das er herunter fällt?“), um das mathematische Potenzial zu nutzen (Hasemann & Gasteiger, 2014). Des Weiteren können die Fragen der Kinder mittelfristig für die Vorbereitung von Aktivitäten genutzt werden. Hieraus lässt sich ersehen, dass frühpädagogische Fachkräfte eine hohe professionelle Kompetenz mitbringen müssen, um die geforderten mathematischen Bildungsprozesse erkennen und begleiten zu können (Schuler, 2013).

Diese Kompetenz sollte im Rahmen der Ausbildung angelegt werden (Hartig & Klieme, 2006). Da die Tätigkeit der frühpädagogischen Fachkraft aber sehr komplex ist und sich auch auf andere Bildungsbereiche bezieht, ist die Frage berechtigt, inwieweit professionelle Kompetenz im Bereich Mathematik bislang in der Ausbildung angelegt wird. Ergebnisse aus älteren Untersuchungen deuten darauf hin, dass Mathematik und insbesondere Mathematikdidaktik in der Ausbildung kaum berücksichtigt werden (Copley, 2004; Aubrey, 1994). Recherchen im Rahmen des Projekts KomMa haben gezeigt, dass Mathematik und Mathematikdidaktik aktuell in sehr unterschiedlichem Umfang im intendierten Curriculum, also den Rahmenlehrplänen der Ausbildungsinstitutionen, enthalten sind (Jenßen et al., 2015c). Diese Situation ist aus fachdidaktischer Perspektive problematisch. Zwar ist Mathematik zwischenzeitlich in den Bildungs- und Orientierungsplänen fest verankert (JMK & KMK, Beschluss vom 03./04.06.2004) und es wurden in den vergangenen Jahren zahlreiche Konzeptionen zu deren Umsetzung in Kindertageseinrichtungen entwickelt (Schuler, 2013). Aber sowohl die Bildungspläne als auch die entwickelten Konzepte zur frühen mathematischen Bildung setzen hohe professionelle Kompetenz der Fachkräfte voraus.

Die Bildungs- und Orientierungspläne unterscheiden sich in ihren fachbezogenen Ausführungen sehr stark in Qualität und Quantität und spiegeln teilweise ein verkürztes Bild von Mathematik wider (z.B. Fokussierung auf den Inhaltsbereich Zahlen und Operationen) (Peter-Koop, 2009). Bildungs- und Orientierungspläne können ihre Funktion, Mathematik im Alltag der Kindertageseinrichtungen zu implementieren, nur dann erfüllen, wenn die Fachkräfte die Kompetenz zu deren Interpretation und Umsetzung mitbringen (ebd.). Ähnlich ver-

hält es sich mit Konzeptionen zur frühen mathematischen Bildung. Auch hier ist zu beobachten, dass diese hohe fachliche Ansprüche haben können (z.B. Wittmann & Müller, 2002), dann aber in ihrer Umsetzung sehr offen sind und vielfältige, oft situative Entscheidungen der Fachkräfte erfordern (Schuler, 2013). Auf der anderen Seite gibt es Konzeptionen, die sehr klare Vorgaben für die Umsetzung machen (z.B. Friedrich, de Galgóczy, & Schindelhauer, 2011), aber teilweise mit fachlichen Verkürzungen einhergehen, die ebenso erkannt werden sollten (Schuler, 2013). In allen Fällen ist es somit die Fachkraft, die vor dem Hintergrund ihrer professionellen Kompetenz die Entscheidung für die Auswahl der Materialien und deren Umsetzung mit den Kindern trifft.

Zusammenfassend wurde deutlich, dass frühe mathematische Bildung mit dem allgemeinen Verständnis von Bildung und Erziehung im Elementarbereich in Einklang zu bringen ist, aber bislang in der Ausbildung der Fachkräfte nur wenig berücksichtigt wird. Dieses ist erforderlich, da die aktuelle und zukünftige Umsetzung früher mathematischer Bildung hohe Anforderungen an die Fachkräfte stellt, was die Auswahl und Umsetzung von Inhalten und Methoden betrifft. Im Folgenden soll daher der Frage nachgegangen werden, welche Kompetenzfacetten die Fachkräfte ausbilden müssen und welche empirischen Befunde hierzu vorliegen.

1.2 Professionelle Kompetenz im Bereich Mathematik

1.2.1 Zugrunde liegende Definition von Kompetenz

Die Einführung des Kompetenzbegriffs wird in den Sozialwissenschaften insbesondere auf soziologische und linguistische Entwicklungen im Rahmen der Arbeiten von Weber und Chomsky zurückgeführt (Klieme & Hartig, 2006). Später wurde das Konzept in den Erziehungswissenschaften aufgenommen (ebd.). In beiden Fällen geht es primär um die Frage, welche generischen Fähigkeiten bestimmten Handlungen zugrunde liegen. Fragen nach spezifischen Kompetenzstrukturen oder -entwicklungen werden eher ausgeklammert (ebd.). In der funktional-psychologischen Sichtweise interessieren im Gegensatz dazu die individuellen Kompetenzstrukturen in spezifischen Kontexten (ebd.). Diese Sichtweise liegt auch empirischen Untersuchungen zu Schülerleistungen (z.B. Baumert et al., 2003) bzw. zur Lehrerbildung zugrunde (z.B. Baumert et al., 2010; Blömeke, et al., 2010). Die Arbeiten berufen sich dabei auf die Definition von Kompetenz nach Weinert:

„Kompetenzen sind die bei Individuen verfügbaren oder durch sie erlernbaren kognitiven Fähigkeiten und Fertigkeiten, um bestimmte Probleme zu lösen, sowie die damit verbundenen motivationalen und volitionalen und sozialen Bereitschaften und Fähigkeiten, um die Problemlösungen in

variablen Situationen erfolgreich und verantwortungsvoll nutzen zu können.“ (Weinert, 2001, S. 27f)

Weinert (2001) beschreibt also drei Kennzeichen von Kompetenz. Erstens handelt es sich um kognitive Fähigkeiten und Fertigkeiten, zweitens hängen diese von motivationalen, volitionalen und sozialen Bereitschaften ab, welche gemeinsam als *Disposition* bezeichnet werden. Drittens zeigt sich Kompetenz in der Bewältigung von Problemen in unterschiedlichen Situationen, was als *Performanz* bezeichnet wird. Hartig und Klieme (2006) ergänzen diese Definition dahingehend, dass Kompetenz ein *kontextspezifisches*, *erlernbares* und *binnenstrukturiertes* latentes Leistungsmerkmal ist. Kompetenz ist *kontextspezifisch*, weil sie sich immer auf eine bestimmte Domäne bezieht (z.B. eine Fremdsprache). Der Kontext sollte dabei weder zu eng noch zu weit gefasst werden, da er die Anzahl der Situationen, auf die sich die Kompetenz bezieht, bestimmt. Aus dem Kontextbezug ergibt sich, dass eine Kompetenz *erlernbar* ist, da Personen Erfahrungen in den betreffenden Situationen sammeln und später anwenden können. *Binnenstrukturiert* beschreibt, dass eine Kompetenz von den situativen Anforderungen her verstanden wird (z.B. mathematische Kompetenz von den Leitideen des Faches her) und nicht von den individuellen Unterschieden der Personen her. Diese Merkmale grenzen Kompetenz damit auch von Intelligenz ab, welche als individuelle, stabile und eher generische Eigenschaft von Personen verstanden wird (ebd.).

Dieses Verständnis ist zunächst auch anschlussfähig an die Operationalisierung professioneller Kompetenz angehender frühpädagogischer Fachkräfte, da es an konkrete berufliche Anforderungssituationen anschließt (binnenstrukturiert), Entwicklungshorizonte eröffnet (erlernbar) und gleichzeitig hinreichend konkret für eine empirische Überprüfung ist (kontextspezifisch). Damit liegt ein solches Kompetenzverständnis auch dieser Arbeit zugrunde.

1.2.2 Modell professioneller Kompetenz

Offen bleibt zunächst die Frage, wie die von Weinert (2001) benannten Fähigkeiten und Fertigkeiten sowie motivationalen und volitionalen Bereitschaften in Handlungen überführt werden. Dies wird im Kontext der Frühpädagogik diskutiert, da hier ohnehin von einer höheren Situationsbezogenheit ausgegangen wird (Fröchlich-Gildhoff et al., 2011). Die theoretischen Überlegungen hierzu wurden in einem Modell zusammengefasst (vgl. Abbildung 1).

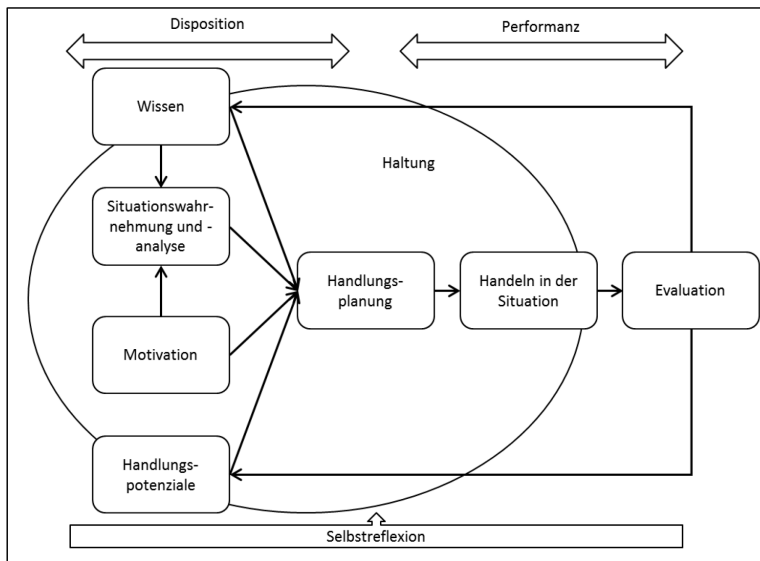


Abbildung 1: Allgemeines Kompetenzmodell der Frühpädagogik (Fröhlich-Gildhoff et al., 2011, S. 17)

Das Modell nimmt für sich in Anspruch, durch die Berücksichtigung situationsspezifischer Merkmale dem interaktiven Charakter frühpädagogischen Handelns (*Gestaltung der Interaktionen*) besonders gerecht zu werden (Fröhlich-Gildhoff et al., 2011). Neben Wissen, sog. Handlungspotenzialen und motivationalen Facetten wird die Situationswahr-

nehmung und -analyse als weitere Disposition gesehen. Diese vier Facetten gehen dann in die Handlungsplanung und das Handeln in einer konkreten Situation ein. Die einzelnen Kompetenzfacetten werden nicht vertiefend erläutert, jedoch wird von komplexen Zusammenhängen ausgegangen. Insbesondere die Situationswahrnehmung nimmt dabei nach Ansicht der Autoren eine Schlüsselfunktion ein, indem sie einerseits, wie Wissen, Motivation und Handlungspotenzial, bedeutsam für die Handlungsplanung ist, andererseits aber auch selbst von Wissen und Motivation abhängig ist (vgl. Abbildung 1). Die Haltung verstehen die Autoren als berufsbiographischen Habitus, der allen pädagogischen Handlungen zugrunde liegt (ebd.). Dieser wird im Modell durch den Kreis dargestellt (vgl. Abbildung 1). Inwieweit sich diese theoretisch antizipierten Strukturen empirisch replizieren lassen, ist bislang ungeklärt.

In der Psychologie wird der Wahrnehmung allgemein eine bedeutsame Funktion für das spätere Handeln zugeschrieben (Heckhausen & Heckhausen, 2010). Dabei wird davon ausgegangen, dass jede Situation für Personen nicht objektiv gegeben ist, sondern immer auf individuelle Art und Weise existiert und wahrgenommen werden muss (ebd.). Die so für die Person gegebene Situation muss auf Basis der individuellen Voraussetzungen (insbesondere motivationale Aspekte und individuelle Werte, die einer Situation beigemessen werden) bewertet werden und kann dann, wenn die Person einen Mehrwert erwartet, in eine Handlungsplanung und Handlung münden (ebd.).

Ähnliche Konzepte finden sich auch in der Lehrerbildungsforschung (Steffensky, Gold, Holdynski, & Möller, 2015; Lindmeier, Heinze, & Reiss, 2013; Blömeke, 2012; Kersting, Givvin, Sotelo, & Stigler, 2010; Star & Strickland, 2008; van Es & Sherin, 2006). Hierbei wird herausgearbeitet, dass neben den motivationalen Voraussetzungen der Lehrkräfte und

ihren Überzeugungen, also ihren individuellen Werten, das Fach- und fachdidaktische Wissen von besonderer Bedeutung ist, da dies beispielsweise erst das Erkennen einer Schüleräußerung als Fehlvorstellung und damit eine entsprechende Bewertung der Situation ermöglicht.

Unter der Begrifflichkeit des „wahrnehmenden Beobachtens“ werden solche Fähigkeiten des Wahrnehmens auch im Kontext der Frühpädagogik diskutiert (Kiesselhorst et al., 2013, S. 17ff; Schäfer, 2004). Hierbei wird davon ausgegangen, dass neben systematischen Beobachtungen ungerichtete Beobachtungen stattfinden und die tägliche Interaktion beeinflussen. Es wird angenommen, dass die Beobachtungen an vorhandenes Wissen und individuelle Bedeutungen anknüpfen müssen, damit die beobachtete Situation als bedeutsam beurteilt wird und zu einer Handlung führt (ebd.).

Insgesamt kann davon ausgegangen werden, dass sich an dieser Stelle sowohl in der Lehrerbildungsforschung als auch in der Forschung zur professionellen Kompetenz frühpädagogischer Fachkräfte ähnliche Konstrukte als - zunächst theoretisch - bedeutsam herauskristallisiert haben, nämlich das Wissen sowie die Überzeugungen der Fachkräfte, also ihre individuellen Werte, die die Grundlage für die Wahrnehmung von alltäglichen Situationen im Unterricht bzw. in der Kindertagesstätte bilden und die Grundlage für die Handlungen darstellen. Weinert, Schrader und Helmke (1990) gingen bereits in den 1990er-Jahren davon aus, dass es sich hierbei um komplexe kognitive Prozesse handelt. Dieses komplexe Zusammenwirken unterschiedlicher Aspekte wird auch in dem Modell von Kompetenz als Kontinuum von Blömeke et al. (2015a) aufgegriffen (vgl. Abbildung 2).

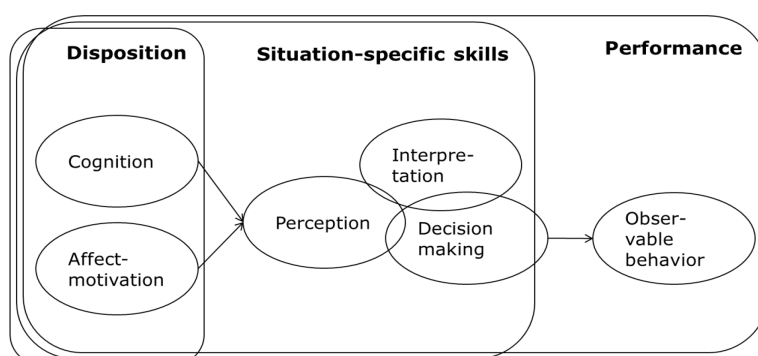


Abbildung 2: Modeling competence as a continuum (Blömeke et al., 2015a).

Im Unterschied zum Kompetenzmodell der Frühpädagogik (vgl. Abbildung 1) werden hier die individuellen Voraussetzungen, wie beispielsweise das Wissen oder die Überzeugungen einer Person, als ein eigenständiger Bereich der Dispositionen be-

trachtet (Blömeke et al., 2015a). Daran schließen sich situationsspezifische Fähigkeiten an. Als solche werden jene benannt, die auch in der psychologischen Forschung, der Lehrerbildungsforschung und dem frühpädagogischen Kontext als bedeutsam identifiziert wurden. Zunächst, direkt anschließend an die individuellen Dispositionen, die Wahrnehmung der Situation (*Perception*), die dann zu Bewertungen (*Interpretation*) und ggf. Handlungsentscheidun-

gen bzw. Handlungsplanungen (*Decision making*) führt. Diese sind eng miteinander vernetzt und führen zu konkreten Handlungen (*Performance*) (ebd.).

Zusammenfassend kann festgehalten werden, dass Kompetenz als ein komplexes mehrdimensionales Konstrukt verstanden wird, bei dem individuelle Dispositionen, wie Wissen und Überzeugungen, in Performanz transformiert werden müssen. Hierbei handelt es sich nicht um eine lineare Transformation (Weinert et al., 1990), sondern es wird davon ausgegangen, dass diese Transformation von situationsspezifischen Fähigkeiten, wie beispielsweise der Situationswahrnehmung, moderiert wird. Im Rahmen dieser Arbeit wird insbesondere der Zusammenhang zwischen dem *Fach-* und *fachdidaktischen Wissen* und den *mathematikbezogenen Überzeugungen* als individuelle Dispositionen der Person mit ihren situationsspezifischen Fähigkeiten, nämlich ihrer Fähigkeit zur *Situationswahrnehmung* und *Handlungsplanung*, untersucht. Wobei davon ausgegangen wird, dass die Dispositionen die Grundlage für situationsspezifische Fähigkeiten bilden und diese vorhersagen (Kiesselhorst et al., 2013, S. 17ff ; Heckhausen & Heckhausen, 2010; Schäfer, 2004). Diese Facetten sollen im Folgenden kurz erläutert werden. Detailliertere Ausführungen finden sich in den entsprechenden Teilstudien dieser Arbeit.

1.2.3 Teilfacetten professioneller Kompetenz im Bereich Mathematik

Professionelles Wissen ist bereits seit längerem Gegenstand der empirischen Lehrerbildungsforschung (Shulman, 1986). Da es im Bereich der Frühpädagogik bislang keine eigenen theoretisch und empirisch fundierten Modelle des Wissens gibt (Tsamir, Tirosh, Levenson, Tabach, & Barkai, 2012), empfiehlt Anders (2012) sich zunächst an der Lehrerbildungsforschung zu orientieren. Professionelles Wissen wird hier in drei Domänen differenziert: (1) Fachwissen in einer bestimmten Domäne, z.B. der Mathematik; (2) fachdidaktisches Wissen in dieser Domäne und (3) allgemein-pädagogisches Wissen (Shulman, 1986). In dieser Dissertation werden das Fach- und fachdidaktische Wissen angehender frühpädagogischer Fachkräfte im Bereich Mathematik untersucht (vgl. Dunekacke, Jenßen, & Blömeke 2015a & b; Dunekacke, Jenßen, Eilerts & Blömeke, 2015c; vgl. Anhänge E-G). In der Lehrerbildungsforschung konnte für Lehrkräfte der Sekundar- und Primarstufen erstmals empirisch gezeigt werden, dass beide Wissensfacetten prädiktiv für die Unterrichtswahrnehmung der Lehrkräfte, also Teile der situationsspezifischen Fähigkeiten sind (Blömeke et al., re-submitted after revisions; Blömeke, Hoth, Döhrmann, Busse, Kaiser, & König, 2015b; Blömeke, et al., 2014). Ähnliche Zusammenhänge werden, aufgrund der noch höheren Situationsbezogenheit der Lehr-Lern-Situationen im Elementarbereich (Kieselhorst et al., 2013; Fröhlich-Gildhoff et al.,

2011; Schäfer, 2004;), auch für frühpädagogische Fachkräfte erwartet, empirische Befunde liegen hierzu jedoch noch nicht vor (European Commission, 2014; Bogard et al., 2008; Early et al., 2007).

Die *motivational-affektive Facette* der professionellen Kompetenz wird in Studien zur Lehrerbildung über Einstellungen zum Fach bzw. zum Lehren und Lernen in dem Fach operationalisiert (Fellbrich, Schmotz, & Kaiser, 2010). Epistemologische Überzeugungen zur Mathematik gelten als bedeutsam, da sie für alle pädagogischen Fachkräfte als Schnittstelle zu deren lehr-lernbezogenen Überzeugungen und pädagogischen Handlungen gelten (Benz, 2012; Thiel, 2010; Fellbrich, Müller, & Blömeke, 2008; Grigutsch et al., 1998). In dieser Arbeit werden insbesondere epistemologische Überzeugungen zur Mathematik berücksichtigt (vgl. Dunekacke et al., 2015c, vgl. Anhang G), die ebenfalls prädiktiv für die Wahrnehmung der angehenden Fachkräfte sein sollten (Kieselhorst et al., 2013; Heckhausen & Heckhausen, 2010; Schäfer, 2004).

Die Fähigkeit zur *Situationswahrnehmung* gilt als sehr bedeutsam für professionelle Kompetenz, da pädagogische Situationen als hochkomplex und wenig standardisiert gelten und eine genaue Wahrnehmung erforderlich ist, um situativ adaptive Entscheidungen treffen zu können (*Gestaltung der Interaktionen*) und entsprechend zu handeln (Kieselhorst, et al., 2013; Star & Strickland, 2008; Thonhauser, 2007; van Es & Sherin, 2006; Schäfer, 2004). Diese Fähigkeit sollte im Rahmen der Ausbildung grundgelegt werden (Star & Strickland, 2008; van Es & Sherin, 2006). Dabei können zunächst Oberflächenmerkmale identifiziert werden (z.B. Themen oder Materialien) und mit zunehmender Erfahrung auch differenziertere Merkmale (z.B. Entwicklungsstand der Kinder, Bezüge zwischen Beiträgen der Kinder), die unter Bezug auf das Kontextwissen und die Lehr-Lernprinzipien interpretiert werden (van Es & Sherin, 2006). (vgl. Dunekacke et al., 2015a, vgl. Anhang E)

Als weitere situationsspezifische Fähigkeit wird die *Handlungsplanung* erfasst. Pädagogisches Handeln sollte rational und reflektiert erfolgen, so dass es, ggf. nachträglich, begründet werden kann. Unter Handeln wird hier das für die Frühpädagogik spezifische spontane und situative Handeln (*Gestaltung der Interaktion*) ohne explizite Vorplanung verstanden (Fröhlich-Gildhoff et al., 2011). Auch vorgeplantes Handeln ist möglich, welches Interessen der Kinder aufgreift bzw. Inhalte anbietet (*Gestaltung der Umgebung*) (vgl. Dunekacke et al., 2015a, vgl. Anhang E).

Bislang liegen nur wenige empirische Befunde zu professioneller Kompetenz frühpädagogischer Fachkräfte im Bereich Mathematik vor, die im Folgenden dargestellt werden.

1.3 Forschungsstand zur professionellen Kompetenz im Bereich Mathematik

1.3.1 Vorbemerkung zur Entwicklung des Forschungsfeldes

Professionelle Kompetenz von Fachkräften im Bereich Mathematik ist noch ein junges Forschungsfeld, was sich z.B. daran erkennen lässt, dass die Studien, über die im Folgenden berichtet wird, überwiegend in den letzten sechs Jahren entstanden sind. Dies lässt sich möglicherweise damit erklären, dass die fachdidaktische Forschung die frühe mathematische Bildung verstärkt erst mit der Jahrtausendwende und den angesprochenen Befunden zur Bedeutung der frühen mathematischen Bildung aufgegriffen hat (Schuler, 2013, S. 13) und dementsprechend große Forschungsdesiderate zu bearbeiten waren. Hier haben sich zunächst vier Forschungsfelder abgezeichnet: (1) Kompetenzerhebungen bei Schulanfängern, (2) Diagnose und Förderung im Kindergarten, (3) Entwicklungsforschung für die frühe mathematische Bildung und deren Evaluation, (4) Erforschung von Alltagspraxen im Kindergarten (Schuler, 2013, S. 13; Schuler & Wittmann, 2009). Die Forschung hat sich zunächst den Kompetenzen und der Entwicklung der Kinder im Bildungsbereich Mathematik gewidmet und parallel dazu die tatsächlich mathematikbezogene Arbeit in den Kindertageseinrichtungen untersucht (Forschungsfeld (4)) bzw. eigene Konzeptionen hierfür entwickelt (Forschungsfeld (3)) (Schuler, 2013, S. 13ff). Im Mittelpunkt standen somit die Kinder selbst bzw. die didaktisch-methodische Gestaltung der Interaktionen zwischen Kindern und Fachkräften. Welche Qualifikationen auf Seiten der Fachkräfte erforderlich sind und im Rahmen der Aus- und Weiterbildung gefördert werden sollten, wurde bislang überwiegend normativ gesetzt (z.B. Schuler, 2013, S. 250f) und wenig empirisch untersucht.

Eine weitere Begründung für das verstärkte Interesse an professioneller Kompetenz von frühpädagogischen Fachkräften im Bereich Mathematik ist auch in der allgemeinen Diskussion über die Qualität von Kindertageseinrichtungen und die dort tätigen Fachkräfte, z.B. unter dem Stichwort „Akademisierung der Ausbildung“ (Tietze et al., 2013), zu sehen. Diese Diskussion dürfte den Bildungsbereich Mathematik beeinflusst haben, da hier eine überwiegend unzureichende Qualität festgestellt wurde, was mit Blick auf die Bedeutung früher mathematischer Erfahrungen für das spätere Mathematiklernen (Krajewski & Schneider, 2009) problematisch ist. Damit ist aus der Forschungsperspektive neben der kindlichen Entwicklung und den didaktisch-methodischen Konzeptionen auch die Ebene der Prozessqualität, also u.a. der Interaktion zwischen Kindern und Fachkräften, und somit auch die Kompetenz der Fachkräfte stärker in den Fokus genommen worden.

Kompetenz wurde in Kapitel 1.2.1 als ein mehrdimensionales Konstrukt dargestellt, bei dem davon ausgegangen wird, dass individuelle Dispositionen, hier namentlich das *professio-*

nelle Wissen sowie *motivational-affektive Facetten* wie beispielsweise die Überzeugungen der Fachkräfte, die Grundlage für situationsspezifische Fähigkeiten wie die *Situationswahrnehmung* und *Handlungsplanung* der Fachkräfte bilden, die dann wiederum zu realen Handlungen führen. Entlang dieser Teilfacetten werden im Folgenden die Studien dargestellt, die zu professioneller Kompetenz von angehenden und im Beruf stehenden frühpädagogischen Fachkräften vorliegen, wobei übergeordnet nach internationalen und nationalen Studien unterschieden wird. Dies ist insofern wichtig, als dass bei internationalen Studien berücksichtigt werden muss, dass die Ergebnisse für Deutschland ggf. nur eingeschränkt gelten, da der Kindergarten bzw. die Vorschule für 3-6-jährige Kinder international sehr viel stärker schulisch und schulvorbereitend orientiert ist. Deutlich wird dies z.B. in den pädagogisch-didaktischen Konzeption und indem stärker lernzielorientiert gearbeitet wird. Dennoch geben diese Studien Einblicke in die Kompetenz der Fachkräfte. Grundsätzlich kann vermutet werden, dass die Kompetenz für den deutschen, eher sozialpädagogisch geprägten Bereich tendenziell überschätzt wird, da das Bewusstsein für Bildungsbereiche und deren Aufbau erst eine junge Tradition hat.

1.3.2 Internationaler Forschungsstand

Im Mittelpunkt der internationalen Studien steht insbesondere das *professionelle Fach- und fachdidaktische Wissen* der angehenden Fachkräfte, auf welches hier zunächst eingegangen werden soll. Im Rahmen des *Cognitive Affective Mathematics Teacher Education Framework* (CAMTE) untersuchen Tsamir et al. (2014a) das mathematische *Fachwissen* im Bereich der geometrischen Formen und Körper. Die teilnehmenden, frühpädagogischen Fachkräfte mit Berufserfahrung können hier eine mathematische Definition für Dreiecke angeben (jedoch nicht für Kreise und Zylinder) sowie Dreiecke und Kreise überwiegend richtig identifizieren (ebd.). Tsamir et al. (2014a) vermuten, dass der Kreis aus einem alltäglichen Verständnis heraus erkannt und beschrieben werden kann. Bezogen auf dreidimensionale Körper sehen die Autoren große Schwierigkeiten bei den Fachkräften, da diese nur anhand alltäglicher Objekte beschrieben werden können und sich die Fachkräfte somit auf demselben Niveau wie die von ihnen erzogenen Kinder befinden.

Pitta-Pantazi und Christou (2011) untersuchen das Fachwissen von *angehenden* frühpädagogischen Fachkräften auf Zypern im Bereich des Bruchrechnens. In den Analysen zeigt sich, dass die angehenden Fachkräfte nur über wenig Fachwissen bezogen auf das Bruchrechnen verfügen und nur bestimmte Teile des komplexen Konstrukts, wie z.B. das Wissen über Teilen und Vergleichen oder über Quotienten, abgedeckt werden (ebd.). Mit einer Mixture

Growth Modellierung können die Autoren außerdem drei Gruppen der angehenden Fachkräfte unterscheiden, die über ein zunehmend ausdifferenziertes Verständnis der Bruchrechnung verfügen. Jedoch ist auch in der dritten Gruppe, die im Vergleich über das umfangreichste Wissen verfügt, dieses noch unzureichend (ebd.).

Weitere Studien haben sich im internationalen Kontext dezidiert der Untersuchung des *mathematikdidaktischen Wissens* der frühpädagogischen Fachkräfte gewidmet. Inan und Dogan-Temur (2010) untersuchen das mathematikdidaktische Wissen türkischer frühpädagogischer Fachkräfte im Bereich geometrischer Formen und Körper. Die Autoren zeigen, dass die Fachkräfte geometrische Formen mit den Kindern thematisieren und Bezüge zur Lebenswelt herstellen, was ein didaktisch angemessenes Vorgehen ist. Allerdings thematisieren die Fachkräfte häufig mentale Repräsentationen der Formen und deren Eigenschaften, was für Kinder dieses Alters eine Überforderung sein kann (ebd.). Problematisch bewerten die Autoren, dass die meisten Fachkräfte den Kreis thematisieren, ihn jedoch nur zu eckigen Formen und nicht zu Ellipsen abgrenzen. Auf dreidimensionale Körper gingen die Fachkräfte in der Studie gar nicht ein, wenngleich diese häufig in der Lebenswelt der Kinder vorkommen. Gleiches gilt auch für Raum-Lage-Beziehungen und die Raumwahrnehmung (ebd.). Insgesamt deutet die Untersuchung von Inan und Dogan-Temur (2010) somit auf Lücken im fachdidaktischen Wissen im Bereich der geometrischen Formen und Körper hin, wie sie sich für ähnliche Aspekte des Fachwissens auch bei Tsamir et al. (2014a) gezeigt hatten. Im australischen *Early Numeracy Research Project* (ENRP) berichtet Clarke (2015) über die Möglichkeit, videographisch dargebotene diagnostische Interviews mit Kindern in der Aus- und Weiterbildung zu nutzen, um das fachdidaktische Wissen zu entwickeln. Als inhaltliche Dimension wird dabei insbesondere im weitesten Sinne entwicklungspsychologisches Wissen über die mathematische Entwicklung von Kindern benannt sowie Wissen über kindliche Lösungsstrategien und Wissen über geeignete Aufgaben und die Bearbeitungszeiten von Kindern (ebd.).

Bartolini Bussi (2011) beschreibt ein Ausbildungsmodul, in dem sich *angehende* frühpädagogische Fachkräfte in Italien mit den fachdidaktischen Aspekten des dekadischen Systems und in der Praxis üblichen Repräsentationsformen auseinandersetzen. Das Modul wurde über Selbstauskünfte der Teilnehmenden evaluiert. Die Teilnehmenden berichten überwiegend von großen Wissensfortschritten, kritisieren jedoch den mangelnden Praxisbezug und eine fehlende Auseinandersetzung mit der Rolle der Fachkraft für den kindlichen Bildungsprozess (ebd.).

Mehrere internationale Studien haben das *Fach- und das fachdidaktische Wissen* in ihrer Konzeption berücksichtigt. Tirosh, Pessia, Levenson und Tabach (2011) untersuchen im

Rahmen des bereits erwähnten CAMTE-Projekts die beiden Wissensfacetten im Bereich Mengen und Zählen im Kontext eines Weiterbildungsangebotes. Die Weiterbildung ist entlang konkreter Aufgaben konzipiert, die zunächst auf einem höheren Niveau von den Fachkräften bearbeitet und dann in der Interaktion mit den Kindern angewendet werden (ebd.). Die Weiterbildung wurde anhand der Leistungen der Kinder evaluiert und es zeigte sich, dass die von den Teilnehmenden der Weiterbildung betreuten Kinder mehr und differenziertere Lösungsstrategien benennen konnten als die Kinder einer Kontrollgruppe (ebd.). Clements und Sarama (2011) beschreiben ebenfalls eine Weiterbildungskonzeption zum Fach- und fachdidaktischen Wissen im Bereich Raum und Form, die anhand der Lernfortschritte der betreuten Kinder evaluiert wurde. Die Autoren zeigen, dass das geometrische Verständnis der meisten fröhpädagogischen Fachkräfte unzureichend ist und sich überwiegend auf demselben Niveau wie das der Kinder befindet (ebd.). In der Weiterbildung legten die Autoren besonderen Wert auf die Integration des Fach- und fachdidaktischen Wissens der Teilnehmenden. In der Evaluation zeigten die von teilnehmenden Fachkräften betreuten Kinder deutliche Fortschritte gegenüber denen einer Vergleichsgruppe was Anzahl und Differenziertheit der Lösungsstrategien betrifft (beispielsweise beim Identifizieren von gleichen Drehungen oder Spiegelungen) (ebd.). Im Rahmen des amerikanischen *Head Start* Programms untersuchen Brendefur et al. (2013) die Effekte einer Weiterbildungskonzeption zum Fach- und fachdidaktischen Wissen fröhpädagogischer Fachkräfte auf die mathematische Entwicklung der betreuten Kinder. Im Gegensatz zu den anderen Studien bzw. Weiterbildungskonzeptionen berücksichtigen die Autoren dabei jedoch ein breiteres Spektrum mathematischer Inhalte mit Anteilen aus den Bereichen Zahlen und Operationen, Raum und Form sowie Größen und Messen (ebd.). In der Evaluation zeigen die Kinder, die von Teilnehmenden der Weiterbildung betreut werden, insgesamt und auch in den untersuchten Teilbereichen bessere Leistungen als die der Vergleichsgruppe (Brendefur et al., 2013).

Cantürk-Günhan und Çetingöz (2013) untersuchen das Fach- und fachdidaktische Wissen von *angehenden* fröhpädagogischen Fachkräften in der Türkei im Bereich der Geometrie (Kreis, Rechteck und Dreieck) vor und nach einem Praktikum. In der Studie zeigt sich, dass die Studierenden vor und nach der praktischen Auseinandersetzung nur über unzureichendes Fachwissen verfügen. Die Studierenden mit einem höheren akademischen Vorwissen weisen jedoch ein höheres fachdidaktisches Wissen auf. Alle Studierenden konnten durch die praktische Arbeit curriculares Wissen aufbauen, welches vorher nicht vorhanden war (ebd.).

In zwei weiteren internationalen Studien, die im Rahmen des CAMTE-Projekts entstanden sind, werden neben dem professionellen Wissen auch *motivational-affektive Facetten* der

Kompetenz in Form von fachbezogenen Selbstwirksamkeitserwartungen mit berücksichtigt. Tsamir et al. (2014b) untersuchen den Zusammenhang des fachdidaktischen Wissens im Bereich der Zählentwicklung und entsprechende Facetten der Selbstwirksamkeitserwartung in einem Pre-Post-Test-Interventions-Design (ebd.). Zunächst zeigt sich ein unerwarteter negativer Zusammenhang mittlerer Höhe, den die Autoren mit einer unpräzisen Selbsteinschätzung des Wissens durch die Teilnehmenden begründen (ebd.). Im Post-Test wurde kein signifikanter Zusammenhang mehr gefunden, was damit erklärt wird, dass die Selbstwirksamkeitserwartung in der Intervention nicht gleichermaßen mit gefördert wurde (ebd.). In einer weiteren Studie untersuchen Tsamir, Tirosh, Levenson, Tabach und Barkai (2015) den Zusammenhang des fachdidaktischen Wissens zur Entwicklung geometrischer Aufgaben und entsprechenden Selbstwirksamkeitserwartungen. Die Autoren können zeigen, dass eine hohe Selbstwirksamkeitserwartung insbesondere für das Thematisieren von dreidimensionalen Körpern bedeutsam ist, was damit erklärt wird, dass bei solch komplexen Figuren eine höhere Aufmerksamkeit erforderlich ist, die wiederum mit einer höheren Selbstwirksamkeitserwartung einhergeht (ebd.).

Zusammenfassend kann hier bereits festgehalten werden, dass in den internationalen Studien der Schwerpunkt auf dem professionellen Wissen der Fachkräfte liegt. Die meisten Studien nehmen dabei nur ausgewählte mathematische Inhaltsbereiche, wie beispielsweise den Bereich Zahlen und Mengen, in den Blick. Viele Studien sind darüber hinaus im Rahmen der Konzeption bzw. Evaluation von Aus- und Weiterbildungsangeboten entstanden. Oftmals geht dies damit einher, dass nicht das Wissen der Fachkräfte direkt ermittelt wird, sondern lediglich über Selbstauskünfte erfasst wird oder indirekt über die Teilnahme an einer Weiterbildung von einem höheren Wissen ausgegangen wird, also primär Lerngelegenheiten erfasst werden. Bevor diese Befunde in Kapitel 1.3.4 abschließend diskutiert werden, soll im Folgenden der nationale Forschungsstand zu professioneller Kompetenz von frühpädagogischen Fachkräften im Bereich Mathematik dargestellt werden.

1.3.3 Nationaler Forschungsstand

Der Schwerpunkt der nationalen Studien liegt auf den handlungsnäheren Facetten der Kompetenz, wie beispielsweise der Situationswahrnehmung oder der Performanz. Das *professionelle Wissen* wird dabei häufiger, beispielsweise über Selbstauskünfte, mit erhoben, steht jedoch nicht im Mittelpunkt. Dezidiert wird dieses nach bisherigem Kenntnisstand insbesondere im Projekt *Professionelle Kompetenz von Erzieherinnen und Erziehern im Bereich Mathematik* (KomMa) für *angehende* frühpädagogische Fachkräfte erhoben (Blömeke, et al., im

Druck). Blömeke et al. (im Druck) zeigen, dass mit dem Fach-, fachdidaktischen und allgemein-pädagogischen Wissen drei unterschiedliche Wissensfacetten dargestellt werden, die signifikant miteinander korrelieren. Besonders auffällig ist der hohe Zusammenhang zwischen dem mathematikdidaktischen und dem allgemein-pädagogischen Wissen (ebd.), was darauf hindeuten könnte, dass das allgemein-pädagogische Wissen, beispielsweise über Methoden, bedeutsamer ist als das Fachwissen. Außerdem zeigen die Autoren, dass das Wissen im Laufe der Ausbildung erwartungsgemäß zunimmt (ebd.).

Sehr viel stärker als in den internationalen Studien wird national die *motivational-affektive Facette* der professionellen Kompetenz berücksichtigt. Hierbei werden die bereits im internationalen Kontext untersuchte mathematikbezogene Selbstwirksamkeit sowie die Mathematikangst berücksichtigt. Darüber hinaus liegt ein Schwerpunkt der Arbeiten auf den mathematikbezogenen Überzeugungen der Fachkräfte. Im Rahmen des zuvor erwähnten KomMa-Projekts untersuchen Jenßen, Dunekacke, Eid und Blömeke (2015b) den Zusammenhang von Fachwissen und Mathematikangst und können einen signifikanten, negativen Zusammenhang feststellen, das heißt, je höher die Mathematikangst ist, desto niedriger ist das Fachwissen. Des Weiteren können Jenßen, Dunekacke und Blömeke (in Vorbereitung) zeigen, dass auch fachbezogene Selbstwirksamkeitserwartungen mit dem Fachwissen zusammenhängen. Bei gleichzeitiger Kontrolle von Mathematikangst bleibt diese aber bedeutsamer, was die Autoren auf eine mögliche Selektion der Berufsgruppe fröhpädagogischer Fachkräfte zurückführen.

Im Projekt *Anschlussfähigkeit der mathematikdidaktischen Überzeugungen und Praktiken von ErzieherInnen und GrundschllehrerInnen* (AnschlussM) werden u.a. die epistemologischen Überzeugungen von fröhpädagogischen Fachkräften im Bereich Mathematik untersucht (Levin, Meyer-Siever, & Gläser, 2015). Befunde zu den epistemologischen Überzeugungen der Fachkräfte zeigen, im Gegensatz zu den Arbeiten von Grigutsch et al. (1998), bei Lehrkräften eine dreidimensionale Struktur, bei der Schema-, Prozess- und Anwendungsorientierung unterschieden werden (Levin et al., 2015). Die Autoren sehen dies als ein mögliches Spezifikum der Fachkräfte im Elementarbereich, bei denen sich durch den höheren Alltagsbezug der Nutzenaspekt als bedeutsamer herausstellt (ebd.). Speziell zu mathematikbezogenen Überzeugungen kann an dieser Stelle auch auf die Studien von Benz (2012) und Thiel (2010) verwiesen werden, die bei Dunekacke et al. (2015c, vgl. Anhang G) weiter erläutert werden.

Wittmann, Schuler und Levin (2015) untersuchen weiterhin im Rahmen des AnschlussM-Projekts die Wahrnehmung typischer mathematischer Situationen im Kindergartenalltag sowie die Fähigkeit der Fachkräfte hier eine Handlungsoption zu benennen. Sie nehmen

hier also ausgewählte Facetten der *situationsspezifischen Fähigkeiten* in den Blick. Es zeigt sich, dass die Fachkräfte nur unzureichend das mathematische Potenzial von Situationen erkennen und noch weniger dieses auch nutzen können, um die Entwicklung der Kinder zu begleiten (ebd.).

Bruns (2014) untersucht in ihrem Dissertationsprojekt die diagnostischen Fähigkeiten von Fachkräften, die ebenfalls als eine Facette der *situationsspezifischen Fähigkeiten* betrachtet werden können, und die Fähigkeiten, auf den diagnostischen Urteilen aufbauend adaptive Lernangebote vorzubereiten und durchzuführen, Facetten, die im Bereich der *Performanz* liegen. Zu den zentralen Ergebnissen zählt, dass den Fachkräften sowohl das Erstellen eines präzisen diagnostischen Urteils als auch die darauf aufbauende Auswahl eines adaptiven Angebots schwer fällt (Bruns, 2014, S. 168, 170). Insgesamt beobachtet Bruns (2014, S. 174) die Tendenz der Fachkräfte, Angebote auf mittlerem Niveau zu planen, was darauf zurückzuführen sein könnte, dass die Fachkräfte in der Planung von gruppenbezogenen Aktivitäten eher Wert auf gemeinschaftliche Aktivitäten legen, es ihnen generell schwer fällt differenzierte Lernumgebungen vorzubereiten oder dies als Folge falscher diagnostischer Urteile tun (ebd.).

Hüttel und Rathgeb-Schnierer (2014) untersuchen im Rahmen einer deutschschweizerischen Videostudie das professionelle Handeln, also die *Performanz* von frühpädagogischen Fachkräften im Bildungsbereich Mathematik. Die Autoren können zeigen, dass die ermittelte Anregungsqualität der Angebote signifikant mit dem über Selbstauskünfte erfassten mathematikdidaktischen Wissen, jedoch nicht mit den Einstellungen der Fachkräfte korreliert, wobei die Ergebnisse, aufgrund der sehr kleinen Stichprobe, zurückhaltend interpretiert werden sollten (ebd.). Im Projekt *Kompetenzen alltagsintegriert schützen und stärken* (KOMPASS) untersuchen Tresp et al. (2014) den Einfluss der mathematischen Prozessqualität auf die mathematische Entwicklung von Kindern und damit ebenfalls ein Konstrukt, das, zumindest teilweise, den Fokus auf die Performanz der Fachkräfte richtet. Mathematische Prozessqualität verstehen die Autoren dabei als die Interaktion zwischen Kindern, Fachkräften und Materialien (vgl. Tietze et al., 2013b). Tresp et al. (2014) zeigen, dass die mathematische Prozessqualität die Lernentwicklung der Kinder moderiert, d.h. mit ansteigender mathematischer Prozessqualität steigen auch die Entwicklungsfortschritte der Kinder an. Die Berücksichtigung einer von Tresp et al. (2014) durchgeführten Weiterbildung hat keinen weiteren Effekt auf die Entwicklungsfortschritte der Kinder. Der Hauptgrund hierfür wird allerdings in der methodischen Einschränkung gesehen, dass auch die Fachkräfte der Vergleichsgruppen an einer Weiterbildung teilgenommen haben, allerdings in anderen Bildungsbereichen. Hier

könnte es zu Transfereffekten gekommen sein, da alle Weiterbildungen den Themenblock „Alltagsintegrierte Förderung“ enthielten, der als Grundlage der Prozessqualität angesehen werden kann (ebd.).

Im Rahmen des Forschungsprojekts *Stärkung der Bildungs- und Erziehungsqualität in Kindertageseinrichtungen und Grundschulen – Gestaltung des Übergangs* (TransKiGs) wurden frühpädagogische Fachkräfte in der Arbeit mit dem sog. „kompetenzorientierten Förderansatz“, bei dem es um die alltagsintegrierte Förderung von Kindern auf Basis von Beobachtungen und Dokumentationen geht, weitergebildet (Gasteiger, 2010, S. 179). Im Rahmen einer Evaluation des Förderansatzes zeigte sich, dass die von den teilnehmenden Fachkräften betreuten Kinder erwartungsgemäß größere Lernzuwächse gemacht haben, die sich verstärkt im zweiten Jahr nach der Weiterbildung zeigten. Dies wird von Gasteiger (2010, S. 214) darauf zurückgeführt, dass es sich um eine Änderung der beruflichen Handlungsabläufe handelt, die eine bestimmte Entwicklungszeit benötigen. Gleichzeitig deutet dies darauf hin, dass mit derartigen Weiterbildungsmaßnahmen langfristig Lernzuwächse im Bereich Mathematik bei den betreuten Kindern erreicht werden können, was als Vorteil gegenüber kurzfristigen und zeitintensiven Trainingsprogrammen gesehen wird (ebd.).

Zusammenfassend verweisen die nationalen Studien auf eine größere Bandbreite der erfassten Kompetenzfacetten und eine stärkere Orientierung an den situationsspezifischen Fähigkeiten und der Performanz der Fachkräfte.

1.3.4 Diskussion des Forschungsstandes

Die Zusammenfassung der vorliegenden Forschungsarbeiten zu professioneller Kompetenz angehender und im Beruf stehender frühpädagogischer Fachkräfte im Bereich Mathematik hat gezeigt, dass diese Thematik in den vergangenen sechs Jahren an Bedeutung gewonnen hat. Die Ergebnisse deuten darauf hin, dass die Fachkräfte über wenig mathematisches und fachdidaktisches *Wissen* verfügen, welches nur geringfügig über dem mathematischen Wissen der Kinder liegt. Darüber hinaus zeigen die Ergebnisse eine hohe Bedeutung *motivational-affektiver Facetten* wie Mathematikangst oder mathematikbezogene Selbstwirksamkeitserwartung oder mathematikbezogene Überzeugungen. Die Studien zeigen, dass Aus- und Weiterbildungsangebote, die mathematische Inhalte thematisieren, von den Fachkräften angenommen werden und zur Kompetenzentwicklung beitragen, was wiederum mit höheren mathematischen Fähigkeiten der betreuten Kinder einhergeht.

Tabelle 1 strukturiert noch einmal die in den beiden vorigen Kapiteln vorgestellten Studien zur professionellen Kompetenz von fröhpädagogischen Fachkräften im Bereich Mathematik. Dies geschieht einerseits entlang der berücksichtigten Kompetenzfacetten, wie sie in Kapitel 1.2.1 nach Blömeke et al. (2015a) ausdifferenziert wurden (Zeilen), und andererseits entlang der erfassten mathematischen Inhaltsbereiche (Spalten). Jede Studie wird nur einmal aufgeführt und weitere erfasste Kompetenzfacetten ggf. in Klammern ergänzt.

Tabelle 1: Forschungsstand zur professionellen Kompetenz im Bereich Mathematik

		spezifische Inhaltsbereiche		mehrere Inhaltsbereiche
		Zahlen und Operationen	Raum und Form	
Dispositionen	Fachwissen	Pitta-Pantazi & Christou (2011)	Tsamir et al. (2014a)	Blömeke et al. (im Druck)
	Didaktisches Wissen	Bartolini Bussi (2011); Tirosch et al. (2011; auch Fachwissen)	Cantürk-Günhan & Cetingöz (2013; auch Fachwissen); Clements & Sarama (2011; auch Fachwissen); Inan & Dogan-Temur (2010)	Clarke (2015); Brendefur et al. (2013; auch didaktisches Wissen)
	Motivational-affektive Facetten	Tsamir et al. (2014b; auch didaktisches Wissen)	Tsamir et al. (2015; auch didaktisches Wissen)	Jenßen et al. (in Vorbereitung, auch Fachwissen); Jenßen et al. (2015b, auch Fachwissen); Levin et al., 2015); Thiel (2010); Benz (2012);
Situative Fähigkeiten	Wahrnehmung			
	Interpretation			
	Handlungsplanung			Wittmann et al. (2015, auch Wahrnehmung)
Performanz	Handlung	Bruns (2014; auch diagnostische Fähigkeiten); Tresp et al. (2014; Prozessqualität)		Hüttel & Rathgeb-Schnierer (2014; auch didaktisches Wissen); Gasteiger (2010)

Auf der Ebene der mathematischen Inhalte kann zunächst zwischen Studien unterschieden werden, die die Kompetenz bzw. einzelne Kompetenzfacetten der Fachkräfte speziell in ausgewählten mathematischen Inhaltsbereichen untersuchen oder mehrere bzw. alle mathematischen Inhaltsbereiche berücksichtigen. In den vorliegenden Arbeiten wurden, wenn nur ausgewählte Inhaltsbereiche angesprochen werden, nur die Inhaltsbereiche Zahlen und Operationen bzw. Raum und Form berücksichtigt. In anderen Studien werden explizit alle mathematischen Inhalte angesprochen oder die Auswahl der Inhalte wird gezielt den Teilnehmenden überlassen (z.B. Hüttel & Rathgeb-Schnierer, 2014). In diesen Studien zeigt sich, dass ein breites Spektrum an Inhaltsbereichen abgedeckt wird, was ein Hinweis darauf sein könnte, dass diese alle in der Kita-Praxis verankert sind.

Tsamir et al. (2014b) fordern explizit Studien, die sich dezidiert auf bestimmte Inhaltsbereiche bzw. noch spezifischer auf einzelne Aspekte dieser Bereiche (z.B. den Erwerb der Zahlwortreihe) beziehen, da nur so praxisbezogenes Wissen für die Aus- und Weiterbildung der Fachkräfte hervorgebracht werden kann. Die Fokussierung auf einzelne Inhaltsbereiche ist allerdings kritisch zu hinterfragen, da in Kapitel 1.1.2 gezeigt wurde, dass für das Anregen anschlussfähiger mathematischer Bildung ein inhaltlich breites Bild von Mathematik aufge-

zeigt werden muss, welches prinzipiell auch allgemeine mathematische Fähigkeiten berücksichtigen sollte, die in keiner der vorliegenden Studien explizit erwähnt werden. Wenn dies als Ziel früher mathematischer Bildung verstanden wird, sind zukünftig, aus der Perspektive der Mathematikdidaktik, insbesondere drei Typen von Studien erforderlich. Erstens Studien, die sich weiterhin dezidiert einzelnen Inhaltsbereichen widmen, um das für die Aus- und Weiterbildung benötigte Wissen zu generieren, hierbei sollten allerdings auch die weiteren mathematischen Inhaltsbereiche berücksichtigt werden. Zweitens scheinen Studien erforderlich, die die Förderung von allgemeinen mathematischen Fähigkeiten durch die Fachkräfte in den Blick nehmen. Da hier auch bezogen auf die Fähigkeiten und Entwicklungen von Kindern im Alter von drei bis sechs Jahren wenig empirisches Wissen vorliegt, sollten beide Bereiche in enger Vernetzung miteinander untersucht werden. Drittens sind auch weiterhin Studien erforderlich, die explizit mehrere bzw. alle mathematischen Inhalte thematisieren. Diese Studien haben den Vorteil, dass sie den Alltag der Kindertageseinrichtungen insofern angemessener repräsentieren, als dass hier in der Regel von den Interessen der Kinder ausgehend gearbeitet wird, welche nicht zwingend der fachlichen Strukturierung folgen, sondern spontan und unvorhersehbar unterschiedliche Inhaltsbereiche ansprechen und diese auch miteinander vernetzen. Dieser Aspekt kann in solch *ganzheitlich* angelegten Forschungsdesigns stärker berücksichtigt werden.

Auf der Ebene der professionellen Kompetenz zeigt sich, dass insbesondere die internationalen Studien überwiegend Dispositionen, und zwar besonders das professionelle Wissen, unter Berücksichtigung einzelner mathematischer Inhaltsbereiche erfassen. Nationale Studien berücksichtigen auch die Performanz der Fachkräfte und mehrere mathematische Inhaltsbereiche. Dies könnte darauf zurückzuführen sein, dass in der Frühpädagogik nicht von standardisierten, planbaren Situationen ausgegangen wird, wie beispielsweise im schulischen Kontext. Situationen werden als hochgradig offen und unvorhersehbar angesehen (Fröhlich-Gildhoff et al., 2011), weswegen die situative Anwendung der Dispositionen aus der Forschungsperspektive bedeutsamer sein könnte als die Dispositionen selbst. Dabei wird jedoch der Schritt zwischen den Dispositionen und der Performanz bislang kaum berücksichtigt. Hier werden vor allem Fähigkeiten des Wahrnehmens und Entscheidens verortet (Blömeke et al., 2015a; Fröhlich-Gildhoff et al., 2011). Wenn nicht von einem linearen Zusammenhang zwischen Dispositionen und Wissen ausgegangen werden kann (Weinert et al., 1990), müssen die situationsspezifischen Fähigkeiten zukünftig stärker in Forschungsdesigns berücksichtigt werden.

Hieraus lassen sich zwei Forschungsfelder identifizieren, die zukünftig berücksichtigt werden sollten. Erstens sollten situationsspezifische Fähigkeiten stärker berücksichtigt werden. Bislang wurden diese von Bruns (2014) spezifisch in Form der diagnostischen Fähigkeiten sowie von Wittmann et al. (2015) berücksichtigt. Die Studien sollten sich dabei inhaltlich, wie oben beschrieben, einerseits auf spezifische Inhaltsbereiche und allgemeine mathematische Fähigkeiten beziehen, andererseits sollten sie aber auch ganzheitlich angelegt werden. Zweitens sind Studien erforderlich, die die Performanz in den Blick nehmen. Auch hier erscheint es sinnvoll, sowohl dezidiert spezifische Inhaltsbereiche in den Blick zu nehmen als auch ganzheitliche Studien durchzuführen, bei denen mehrere Inhaltsbereiche und allgemeine mathematische Fähigkeiten berücksichtigt werden.

Die Analyse des Forschungsstandes hat weiterhin gezeigt, dass sich nur wenige Studien auf Fachkräfte in der Ausbildung beziehen. Bislang liegen lediglich drei internationale Arbeiten (Cantürk-Günhan & Çetingöz, 2013; Bartolini Bussi, 2011; Pitta-Pantazi & Christou, 2011) sowie national die Arbeiten aus dem Projekt KomMa vor (Blömeke et al., im Druck). Es ist wichtig, Prozesse der professionellen Kompetenzentwicklung frühpädagogischer Fachkräfte im Bereich Mathematik frühzeitig, also bereits in der Ausbildung, anzulegen, um die Grundlage für die weitere professionelle Entwicklung zu sichern (Hartig & Klieme, 2006). Hierfür ist ebenfalls spezifisches empirisches Wissen erforderlich, um passgenaue Lehr-Lernsettings für die Auszubildenden zu planen (Tsamir et al., 2014b).

Darüber hinaus deutet die Analyse des Forschungsstandes darauf hin, dass die Frage, wie die Kompetenz frühpädagogischer Fachkräfte im Bereich Mathematik untersucht werden kann, also welche Forschungsinstrumente und Forschungsdesigns erforderlich sind, noch stark diskutiert wird. Die bisher vorliegenden Arbeiten nutzen, in Abhängigkeit vom mathematischen Inhaltsbereich und den berücksichtigten Kompetenzfacetten, unterschiedliche Instrumente. Dabei wird ein breites Spektrum der Forschungsmethoden genutzt, das von qualitativen Interviewansätzen (z.B. Inan & Dogan-Temur, 2010), Selbsteinschätzungen (Hüttel & Rathgeb-Schnierer, 2014), freien (Bruns, 2014) und standardisierten Beobachtungen (Tresp et al., 2014), Leistungstests (Blömeke et al., im Druck) hin zu der Einschätzung von Bild- oder Videovignetten (Wittmann et al., 2015) reicht. Insgesamt kann somit davon ausgegangen werden, dass für bestimmte inhaltliche Bereiche und Kompetenzfacetten, insbesondere die situationsspezifischen Fähigkeiten, bislang nur wenige Instrumente vorliegen und die vorliegenden Instrumente nur unzureichend auf ihre Validität geprüft wurden (European Commission et al., 2014; Bogard et al., 2008; Early et al., 2007) und somit auch im Bereich der Entwicklung und Validierung von Forschungsinstrumenten große Desiderata bestehen.

2 Forschungsfragen und Hypothesen

Professionelle Kompetenz von frühpädagogischen Fachkräften im Bereich Mathematik ist in den letzten sechs Jahren, neben Studien zur kindlichen Entwicklung und zur Entwicklung von mathematikdidaktischen Konzeptionen für den Elementarbereich, zu einem weiteren bedeutenden Forschungsfeld geworden. Der aktuelle Forschungsstand zeigt dabei mehrere Forschungsdesiderata auf, zum Beispiel das situationsspezifische Fähigkeiten und insbesondere der Zusammenhang zwischen situationsspezifischen Fähigkeiten und den Dispositionen bislang kaum untersucht sind und dass Fachkräfte in der Ausbildung nur vereinzelt berücksichtigt werden. Darüber hinaus gibt es nur wenig Instrumente, um mathematikbezogene Wahrnehmung, Interpretation und Handlungsplanung, also situationsspezifische Fähigkeiten, zu erfassen und zu den entwickelten Instrumenten, die überwiegend Dispositionen erfassen, liegen nur wenige Hinweise für deren Validität vor. Die vorliegende Arbeit versucht Beiträge zur Schließung dieser Forschungslücken zu leisten. *Das zentrale Ziel der Dissertation ist es, neben kognitiven und motivational-affektiven Facetten professioneller Kompetenz auch situationsspezifische Fähigkeiten zu erfassen und bei der Kompetenzmodellierung zu berücksichtigen.* Dieses Ziel ist entstanden, indem unterschiedliche Entwicklungen und Diskurse miteinander in Bezug gesetzt wurden.

Zunächst sind theoretische Überlegungen aus dem frühpädagogischen Diskurs in die Arbeit eingeflossen. Hier wird immer wieder die hohe Situationsgebundenheit der frühpädagogischen Handlungen hervorgehoben, die prinzipiell wenig plan- und vorhersehbar sind (Fröhlich-Gildhoff et al., 2011). Der Grund hierfür ist in der stärkeren Kindorientierung zu sehen, bei der die Ideen der Kinder gegenüber den Erziehungszielen der Fachkräfte das Primat haben (Laewen, 2010). In diesem Kontext wird auf die Bedeutung von standardisierten Beobachtungen (Walter-Lager et al., 2014) und insbesondere alltäglichen Beobachtungen (Kieselhorst et al., 2013; Schäfer, 2004) hingewiesen, um die Themen der Kinder wahrzunehmen und situativ und adaptiv darauf reagieren zu können. Hiermit sind also die in Kapitel 1.2.2 benannten situationsspezifischen Fähigkeiten angesprochen.

Dies ist auch für die frühe mathematische Bildung wichtig, da diese zentral darauf angewiesen ist, dass die Ideen und Fragen, die die Kinder mitbringen, gemeinsam mit den Fachkräften weiter verfolgt und reflektiert werden (Hasemann & Gasteiger, 2014). Ob die Fachkräfte diese Fähigkeiten im Rahmen ihrer Ausbildung erwerben, wurde bislang wenig bzw. gar nicht untersucht. In Kapitel 1.3.4 wurde gezeigt, dass bislang nur die Arbeiten von Bruns (2014) und Wittmann et al. (2015) situationsspezifische Fähigkeiten (mit) erfassen. Beide Ansätze richten sich jedoch an im Beruf stehende Fachkräfte. Da situationsspezifische Fähig-

keiten als Mediator zwischen Dispositionen und Performanz gelten und ebenfalls bereits während der Ausbildung angebahnt werden sollten (Star & Strickland, 2008; van Es & Sherin, 2006), werden diese Fähigkeiten im Rahmen dieser Arbeit auch bei angehenden Fachkräften untersucht.

Wie in Kapitel 1.3.4 deutlich wurde, liegen jedoch bislang keine Instrumente vor, mit denen diese Fähigkeiten, insbesondere für mehrere mathematische Inhaltsbereiche und Fachkräfte in der Ausbildung, erfasst werden können. Daher war es ein erstes Ziel dieser Arbeit, ein entsprechendes Instrument zu entwickeln, mit dem situationsspezifische Fähigkeiten von angehenden frühpädagogischen Fachkräften untersucht werden können. Hieraus lässt sich die folgende Forschungsfrage (1) ableiten:

- (1) *Können für die offenen Settings des Elementarbereichs Instrumente entwickelt werden, um situationsspezifische Fähigkeiten von angehenden frühpädagogischen Fachkräften, im Speziellen die Fähigkeit zur Wahrnehmung mathematischer Lerngelegenheiten (mathematikbezogene Situationswahrnehmung) und die Fähigkeit zur Entwicklung von Handlungsoptionen (mathematikbezogene Handlungsplanung), zu erheben?*

Bezogen auf die Forschungsfrage (1) wird bei Dunekacke (2015, vgl. Anhang C) beschrieben, dass es in der Forschung zur Lehrer(aus)bildung bereits eine längere Tradition und Beispiele für gut funktionierende Forschungsinstrumente gibt, die ähnliche Kompetenzfacetten erfassen (Blömeke et al., 2015b; Steffensky et al., 2015; Lindmeier et al., 2013; König & Lebens, 2012; Kersting et al., 2010; Baer et al., 2007; Seidel & Prenzel, 2007). Diese Instrumente stellen durch den Einsatz von Videoclips eine Situation aus dem pädagogischen Alltag dar und bieten so eine höhere Situationsspezifität (Blömeke et al., 2015b; Kaiser, Busse, Hoth, König, & Blömeke, 2015; Seidel & Prenzel, 2007), mit der weiterhin ein stärkerer Realitätsbezug einhergeht, als er in papier- und bleistiftbasierten Verfahren realisiert werden kann. Gerade die höhere Situationsspezifität ist ein zentrales Kriterium für die Erfassung berufsbezogener Anforderungen (Seidel & Prenzel, 2007; Kaufhold, 2006). König und Lebens (2012) betonen außerdem, dass mit dem methodischen Vorteil der Wiederholbarkeit derselben Unterrichtssituation für unterschiedliche Teilnehmende (vgl. auch Baer et al., 2007) weiterhin der inhaltliche Vorteil einhergeht, dass unterschiedliche kognitive Anforderungen, wie beispielsweise die Genauigkeit der Wahrnehmung, erfasst werden können (Oberflächen- oder Tiefenmerkmale) und dass nicht nur die Entwicklung einer Handlungsoption, sondern auch deren Begründung unter Berücksichtigung komplexer Merkmale von Unterrichtssituationen erfasst werden kann.

Ein solches forschungsmethodisches Vorgehen scheint gerade in Bezug auf die angesprochenen Bedingungen frühkindlicher Bildung (Kindorientierung, hohe Situationsspezifität) besonders erfolgsversprechend. Bezogen auf die Forschungsfrage (1) wird daher die Hypothese aufgestellt, dass es möglich ist, ein videobasiertes Instrument zu entwickeln, um situationspezifische Fähigkeiten angehender frühpädagogischer Fachkräfte im Bereich Mathematik zu erfassen.

Mit dem Design der empirischen Studie, die dieser Arbeit zu Grunde liegt, können, neben Aussagen zur Kompetenzstruktur angehender frühpädagogischer Fachkräfte, wie sie das eigentliche Ziel dieser Arbeit sind, auch Aussagen zur Validität der im Rahmen des Projekts KomMa entwickelten Leistungstests gemacht werden. Die Ausführungen in Kapitel 1.3.4 haben gezeigt, dass es zwischenzeitlich eine Vielfalt an unterschiedlichen Instrumenten zur Erfassung professioneller Kompetenz von Fachkräften im Bereich Mathematik gibt, hierfür allerdings nur wenige Belege für deren Validität vorliegen.

Validität ist das der drei Hauptgütekriterien von Tests (Bortz & Döring, 2006), das gleichzeitig am schwierigsten nachzuweisen ist, da es auch das komplexeste Gütekriterium ist (Jenßen et al., 2015a). Das Verständnis von Validität hat sich in den vergangenen Jahren stark gewandelt (ebd.), sodass man heute weniger von der Validität des Tests spricht, sondern vielmehr von Validität als einer argumentativen Stützung der Interpretation der Testwerte (Hartig, Frey, Jude, 2012; Kane, 1992a). Neben der Inhaltsvalidität werden insbesondere die Kriteriums- und Konstruktvalidität der Testwerte betrachtet (Hartig et al., 2012).

In der hier vorliegenden Arbeit wird zunächst die Kriteriumsvalidität, im Speziellen die prognostische Validität der im Rahmen des Projekts KomMa entwickelten Leistungstests untersucht. Die prognostische Validität erlaubt Aussagen darüber, inwieweit ein Testwert ein anderes Merkmal der Personengruppe, welches außerhalb der Testsituation liegt, ein sog. Außenkriterium, vorhersagen kann (Hartig et al., 2012). Dieser Aspekt der Validität ist im Kontext der Kompetenzmessung während der Ausbildung bedeutsam, da er Hinweise auf die Passung der Testwerte mit den tatsächlichen beruflichen Anforderungen geben kann.

Neben der Kriteriumsvalidität wird die differenzielle Validität untersucht (Kubinger; 2006, S. 68; Hattie & Cooksey, 1984). Aus der diagnostischen Perspektive ist es wichtig, dass Testwerte zwischen unterschiedlichen Gruppen differenzieren können (ebd.). Beispielsweise sollte ein Test zur Erfassung von Rechenschwäche zwischen Kindern mit und ohne Rechenschwäche unterscheiden können. Die Unterschiede zwischen den Gruppen müssen dabei theoretisch hergeleitet werden und durch empirische Verfahren überprüft werden (Hattie & Cook-

sey, 1984). Diese Facette der Validität ist auch für die entwickelten KomMa-Leistungstests bedeutsam, da damit gezeigt werden kann, dass die überwiegend aus theoretisch-normativen Überlegungen abgeleiteten Testinhalte spezifisches und relevantes Wissen für frühpädagogische Fachkräfte erfassen.

Für die vorliegende Arbeit lassen sich hieraus die folgenden Forschungsfragen ableiten:

- (2) *Lassen sich Belege für die Validität der im Rahmen des Projekts KomMa entwickelten Leistungstests zur Erfassung des mathematischen und mathematikdidaktischen Wissens von angehenden frühpädagogischen Fachkräften ableiten?*

Im Rahmen dieser Arbeit wird zunächst die prognostische Validität der im Projekt KomMa entwickelten Leistungstests untersucht, hierzu wurden die beiden Teilfragen (2a) und (2b) formuliert:

- (2a) *Ist der KomMa-Leistungstest zur Erfassung des mathematischen Fachwissens prognostisch valide bezogen auf die mathematikbezogene Situationswahrnehmung und die mathematikbezogene Handlungsplanung?*
- (2b) *Ist der KomMa-Leistungstest zur Erfassung des mathematikdidaktischen Wissens prognostisch valide bezogen auf die mathematikbezogene Situationswahrnehmung und die mathematikbezogene Handlungsplanung?*

Als Außenkriterium werden für beide Tests die mathematikbezogene Situationswahrnehmung und Handlungsplanung verwendet, die mit dem im Rahmen dieser Arbeit entwickelten videobasierten Instrument erhoben werden. Mathematikbezogene Situationswahrnehmung und Handlungsplanung stellen Konstrukte dar, die stärker als das Wissen mit dem beruflichen Handlungsvollzug verbunden sind (Blömeke et al., 2015a; Fröhlich-Gildhoff et al., 2011, Schäfer, 2004). Beide Tests wurden aufgrund einer Analyse von beruflichen Anforderungssituationen entwickelt und sollten somit prädiktiv für diese sein. Die Anforderungssituationen wurden aus einer Analyse der Bildungspläne für Kindertageseinrichtungen sowie der einschlägigen frühpädagogischen Fachliteratur abgeleitet (Jenßen et al., 2015c) und berücksichtigen theoretische und in Teilen praktische Aspekte frühpädagogischen mathematikdidaktischen Handelns (Dunekacke et al., under revision, vgl. Anhang D). Aufbauend auf den Befunden aus der Lehrerbildungsforschung (Blömeke, et al., re-submitted after revisions; Blömeke, et al., 2015b; Blömeke, et al., 2014) und den theoretischen Überlegungen zur professionellen Kompetenz von frühpädagogischen Fachkräften (Fröhlich-Gildhoff et al., 2011) sowie der Bedeutung der individuellen Dispositionen der Fachkräfte, insbesondere ihres Wissens, für die Wahrnehmung von Bildungsprozessen (Kieselhorst et al., 2013; Schäfer, 2004)

wird für beide Leistungstests und somit bezogen auf die Forschungsfragen (2a) und (2b) die Hypothese aufgestellt, dass die entwickelten Leistungstests prognostisch valide Aussagen bezogen auf die mathematikbezogene Situationswahrnehmung und Handlungsplanung machen, also prädiktiv für diese sind.

Mit den Forschungsfragen (2c) und (2d) wird die differenzielle Validität der im Projekt KomMa entwickelten Leistungstests untersucht. Die Teilfragen wurden folgendermaßen formuliert:

- (2c) Kann der KomMa-Test zur Erfassung des mathematischen Fachwissens zwischen zwei Gruppen, die ähnliche, aber nicht dieselbe professionelle Kompetenz im Bereich Mathematik erwerben sollen, unterscheiden?*
- (2d) Kann der KomMa-Test zur Erfassung des mathematikdidaktischen Wissens zwischen zwei Gruppen, die ähnliche, aber nicht dieselbe professionelle Kompetenz im Bereich Mathematikdidaktik erwerben sollen, unterscheiden?*

Zur Untersuchung der differenziellen Validität wird der Test bei angehenden Grundschullehrkräften eingesetzt. Auch diese erwerben in ihrem Studium professionelle Kompetenz im Bereich Mathematik bzw. müssen später Mathematik bei Kindern in einem ähnlichen Alter unterrichten (Dunekacke et al., under revision, vgl. Anhang D). Es wird davon ausgegangen, dass sich die beiden Gruppen bei der Bearbeitung der Leistungstests aufgrund der unterschiedlichen Eingangsvoraussetzungen und Zielsetzungen der Ausbildungswege (Kaufmann, 2011) unterscheiden. Bezogen auf Forschungsfrage (2c) wird die Hypothese aufgestellt, dass die angehenden Lehrkräfte den KomMa-Leistungstest zum Fachwissen besser bearbeiten, da sie hier mehr Lerngelegenheiten in Schule und Ausbildung haben (Kaufmann, 2011). Für Forschungsfrage (2d) wird die Hypothese aufgestellt, dass die angehenden frühpädagogischen Fachkräfte den KomMa-Leistungstest zum mathematikdidaktischen Wissen besser bearbeiten, da sie über spezifisches fachdidaktisches Wissen für die Arbeit mit drei- bis sechsjährigen Kindern verfügen sollten, welches der Konstruktion des Leistungstests zugrunde liegt (Jenßen et al., 2015c).

Das Hauptziel dieser Arbeit besteht in der Analyse der Kompetenzstruktur angehender frühpädagogischer Fachkräfte unter Berücksichtigung von kognitiven und motivational-affektiven Dispositionen sowie situationsspezifischen Fähigkeiten (Blömeke et al., 2015a; Fröhlich-Gildhoff et al., 2011). Diese Befunde sind bedeutsam, da heute aus theoretischer Perspektive bereits konsensuell davon ausgegangen wird, dass Wissen und motivational-affektive Konstrukte nur Facetten professioneller Kompetenz darstellen (Blömeke et al.,

2015a; Kaufhold, 2006) und ergänzend hierzu situative Fähigkeiten berücksichtigt werden müssen, um ein möglichst umfassendes Verständnis der professionellen Kompetenz zu erhalten. Diese Forschungsergebnisse sind beispielsweise für die Vorbereitung von Aus- und Weiterbildungsangeboten wichtig, um die Kompetenzentwicklung der angehenden und im Beruf stehenden Fachkräfte möglichst passgenau unterstützen zu können. Gerade für die Ausbildung professioneller Kompetenz im Bereich Mathematik ist dies wichtig, da durch die hohe Bedeutung motivational-affektiver Konstrukte (Tsamir et al., 2015; Levin, et al., 2015; Jenßen et al., 2015b, under revision) beispielsweise die Gefahr von Lernverweigerung bestehen könnte, wenn diese nicht berücksichtigt werden. Die Analyse der Kompetenzstruktur ist somit wichtig, um Lehr-Lernangebote an der Schnittstelle von theoretischem Wissen und realem Handeln planen zu können, an der sich auch die Ausbildung von pädagogischen Fachkräften befindet. Aus diesem Grund wird die Forschungsfrage (3) formuliert:

- (3) *Welche Kompetenzstruktur zeigen angehende frühpädagogische Fachkräfte unter Berücksichtigung des Fach- und fachdidaktischen Wissens, der mathematikbezogenen Überzeugungen und der mathematikbezogenen Situationswahrnehmung und Handlungsplanung auf?*

In Kapitel 1.2.1 wurde aufgezeigt, wie kognitive und motivational-affektive Dispositionen und situationsspezifische Fähigkeiten theoretisch zusammenhängen (Blömeke et al., 2015a; Fröhlich-Gildhoff et al., 2011). Dieses Modell wird im Rahmen dieser Arbeit empirisch überprüft (Dunekacke et al., 2015a, b, & c, vgl. Anhang E-G). Bezogen auf Forschungsfrage (3) wird, wie von Anders (2012) empfohlen, zur Hypothesenbildung auf die Befunde aus der Lehrerbildungsforschung zurückgegriffen (Dunekacke et al., 2015a, b, & c, vgl. Anhang E-G). Für diese Forschungsfrage wird die Hypothese aufgestellt, dass mathematisches und mathematikdidaktisches Wissen sowie mathematikbezogene Überzeugungen prädiktiv für die Fähigkeit zur mathematikbezogenen Situationswahrnehmung und Handlungsplanung sind. Diese Struktur wird, zumindest implizit-theoretisch, auch in den wenigen vorliegenden Arbeiten zur professionellen Kompetenz von frühpädagogischen Fachkräften postuliert (vgl. u.a. Gasteiger, 2015; Wittmann et al., 2015; Hüttel & Rathgeb-Schnierer, 2014; Tresp et al., 2014; Brendefur et al., 2013; Clements & Sarama, 2011; Tirosh et al., 2011).

Bevor in Kapitel 4 die Diskussion der Forschungsfragen folgt, sollen im Folgenden das methodische Vorgehen und die Ergebnisse der Teilstudien, die dieser kumulativen Dissertation zugrunde liegen, zusammenfassend dargestellt werden.

3 Zusammenfassung des methodischen Vorgehens und der Ergebnisse

3.1 Methodisches Vorgehen

3.1.1 Forschungsdesign und Instrumente

Dieser Arbeit liegt eine empirische Studie mit drei Messzeitpunkten⁵ zugrunde. In diesem Forschungsdesign wurden die Teilnehmenden in Abständen von zwei bis sechs Wochen mit unterschiedlichen Instrumenten getestet. Die Zuordnung der Messinstrumente zu den Messzeitpunkten erfolgte aufgrund theoretischer Annahmen zu den Zusammenhängen der Konstrukte und dem Verhältnis von Bearbeitungs- und Testzeit. Tabelle 2 gibt einen Überblick über die Messzeitpunkte und alle eingesetzten Instrumente. Mit den so erhobenen Daten können einerseits die Forschungsfragen (2a) und (2b) sowie die Forschungsfrage (3) beantwortet werden. Für die Teilstudie zur differenziellen Validierung (Forschungsfragen (2c) und (2d)) wurden des Weiteren angehende Grundschullehrkräfte mit den beiden KomMa-Leistungstests sowie dem Fragebogen zu soziodemographischen Daten befragt.

Tabelle 2: Messzeitpunkte und Instrumente

MZP	Durchführung	Instrumente
1	Oktober/ November 2013	<ul style="list-style-type: none"> • <i>Fragebogen zu soziodemographischen Daten</i> • Skala Mathematikangst • Skalen zur allgemeinen und mathematikbezogenen Selbstwirksamkeitserwartung • <i>Fragebogen zu mathematikbezogenen Überzeugungen</i> • <i>Fragebogen zu Lerngelegenheiten in der Ausbildung</i> • <i>KomMa-Leistungstest zum mathematischen Fachwissen</i>
2	November/ Dezember 2013	<ul style="list-style-type: none"> • Skala Mathematikangst • <i>KomMa-Leistungstest zum mathematikdidaktischen Wissen</i> • <i>KomMa-Leistungstest zum mathematischen Fachwissen</i>
3	Dezember 2013/ Januar 2014	<ul style="list-style-type: none"> • <i>Videobasierter Test zur mathematikbezogenen Situationswahrnehmung und Handlungsplanung</i> • <i>Intelligenz-Struktur-Test-Screening (IST-Screening)</i>

Anmerkungen: MZP = Messzeitpunkt; *kursiv* gedruckte Instrumente werden in der vorliegenden Arbeit verwendet.

Bei den KomMa-Leistungstests handelt es sich um papier- und bleistiftbasierte Leistungstests, deren Items überwiegend im Multiple-Choice-Format gestellt sind und die das professionelle Wissen der angehenden frühpädagogischen Fachkräfte im Bereich des mathematischen Fachwissens und des mathematikdidaktischen Wissens erfassen. Beide Leistungstests berücksichtigen alle mathematischen Inhaltsbereiche. Der Leistungstest zum mathematikdidaktischen Wissen berücksichtigt außerdem zentrale Kategorien mathematikdidaktischen Handelns (Entwicklungspsychologisches Wissen, Gestaltung mathematischer Lerngelegenheiten, Diagnostik und Förderung im Bereich Mathematik). Weitere Informationen und Itembeispiele sind bei Dunekacke et al. (under revision, vgl. Anhang C) abgedruckt. Der Fra-

⁵ Die Daten wurden gemeinsam mit dem Dissertationsprojekt von Lars Jenßen erhoben, sodass unterschiedliche Instrumente eingesetzt werden mussten, was die hohe Testzeit erklärt.

gebogen zu den mathematikbezogenen Überzeugungen ist eine gekürzte Fassung des Fragebogens von Grigutsch et al. (1998), da nicht alle Items für den fröhpädagogischen Kontext geeignet sind. Weitere Erläuterungen hierzu sind bei Dunekacke et al. (2015c, vgl. Anhang G) abgedruckt. Tabelle 3 gibt einen Überblick über die wichtigsten Gütekriterien der genannten Instrumente.

Tabelle 3: Gütekriterien der verwendeten Instrumente

Instrument	Itemanzahl	Reliabilität	Validität
KomMa-Mathematiktest	24	0.80	<ul style="list-style-type: none"> • Inhaltsvalidität (Jenßen et al., 2015a) • Konstruktvalidität (Jenßen et al, 2015b, under revision)
KomMa-Mathematikdidaktiktest	12	0.65	<ul style="list-style-type: none"> • Inhaltsvalidität (Jenßen et al., 2015a)
Fragebogen zu mathematikbezogenen Überzeugungen	4-7	0.93-0.95	<ul style="list-style-type: none"> • Inhaltsvalidität (Grigutsch et al., 1998)

Mit dem im Rahmen dieses Dissertationsprojekts entwickelten, videobasierten Test wird die Forschungsfrage (1) beantwortet. Aus diesem Grund werden der Test, seine Entwicklung und die Gütekriterien in Kapitel 3.2.1 dargestellt.

3.1.2 Datenerhebung und -auswertung

An der Datenerhebung haben $N = 354$ Auszubildende, die an fünf Fachschulen für Sozialpädagogik in Berlin und Niedersachsen ausgebildet wurden, teilgenommen. Es handelt sich um eine Gelegenheitsstichprobe, die auf Basis bestehender Feldkontakte gewonnen wurde. Alle Datenerhebungen fanden im Rahmen des regulären Unterrichts statt. Die Teilnehmenden waren im Mittel 23 Jahre alt ($SD = 4.1$; min = 17, max = 46) und 83% waren weiblich. 42% der Teilnehmenden waren im ersten, 33% im zweiten und 26% im dritten Ausbildungsjahr. Die Erhebungen wurden durch die Autorin und geschulte Studierende nach einem vorgegebenen Ablaufmanual durchgeführt, sodass eine hohe Durchführungsobjektivität gewährleistet ist. Für die Teilstudie zur differenziellen Validität wurden zusätzlich $N = 122$ Studierende an Universitäten in Berlin, Potsdam und Rostock getestet. Auch diese Testungen wurden durch die Autorin oder geschulte Studierende durchgeführt. Hier waren die Teilnehmenden im Mittel 26 Jahre alt ($SD = 6.1$; min = 20, max = 49) und 84% waren weiblich.

Für die Teilstudien zur prognostischen Validität der Leistungstests und zur Kompetenzstruktur (Forschungsfragen (2a), (2b) und (3)) wurden die Daten mit konfirmatorischen Faktorenanalysen (CFA) und Strukturgleichungsmodellen (SEM) ausgewertet. Zunächst wurden für alle Konstrukte CFA Modelle geschätzt, die dann zu SEM Modellen zusammengeführt wurden. Alle Analysen wurden mit der Software MPlus 5.2 (Muthén & Muthén, 2007) durchgeführt und die geclusterte Struktur der Daten (Schachtelung der Teilnehmenden in Ausbil-

dungsklassen) wurde berücksichtigt, indem der in MPlus implementierte Cluster-Command-Befehl genutzt wurde. Durch die Berücksichtigung der geclusterten Datenstruktur wird die Gefahr einer Überschätzung der Stichprobengröße und damit einer irrtümlichen Schätzung der Regressionsgewichte als signifikant reduziert (Geiser, 2001, S. 199f). Tabelle 6 in Anhang A gibt einen Überblick über die CFA Modelle und die wichtigsten Kennwerte. Alle Modelle erreichen nach Hu & Bentler (1999) akzeptable bis gute Modellfitwerte.

Für die Teilstudie zur differenziellen Validität (Forschungsfragen (2c) und (2d)) wurde ein deskriptives Auswertungsverfahren in Anlehnung an die Berechnung ipsativer Werte gewählt. Hierbei werden die Lösungshäufigkeiten der Teilgruppen (angehende frühpädagogische Fachkräfte und angehende Grundschullehrkräfte) ins Verhältnis zur Lösungshäufigkeit der Gesamtgruppe gesetzt. Das Verfahren ermöglicht eine qualitative Einordnung der beiden zu vergleichenden Gruppen und wird bei Dunekacke et al. (under revision, vgl. Anhang D) ausführlich dargestellt.

3.2 Ergebnisse

Die Ergebnisdarstellung kann an dieser Stelle aufgrund des kumulativen Charakters der Arbeit nur gekürzt und schlaglichtartig erfolgen. Die detaillierten Ergebnisdarstellungen finden sich in den zugehörigen Publikationen, auf die jeweils verwiesen wird.

3.2.1 Entwicklung eines videobasierten Tests (Forschungsfrage (1))

Das erste Ziel dieser Arbeit war die Entwicklung eines videobasierten Tests zur Erfassung der mathematikbezogenen Situationswahrnehmung und Handlungsplanung angehender frühpädagogischer Fachkräfte im Bereich Mathematik. Bei Dunekacke (2015, vgl. Anhang C) und Dunekacke et al. (2015a, vgl. Anhang E) wird die Entwicklung des Instruments detailliert dargestellt. Das gesamte Instrument kann in Anhang B eingesehen werden. Das zugrunde liegende Videomaterial wurde durch die Autorin selbst in einer ihr bekannten Kindertagesstätte aufgenommen. Nach einer Vorauswahl des Materials wurden die endgültig eingesetzten Videoclips auf Basis einer Befragung von Expertinnen und Experten für die frühe mathematische Bildung ausgewählt. Das Instrument kann dabei einem nahezu ganzheitlichen Ansatz zugeordnet werden, indem, bis auf den mathematischen Inhaltsbereich Daten, Zufall und Wahrscheinlichkeit, alle mathematischen Inhaltsbereiche berücksichtigt werden. Der ausgenommene Inhaltsbereich ist in Theorie und Praxis früher mathematischer Bildung noch sehr wenig vertreten. Vermutlich aus diesem Grund bezieht sich auch keines der ursprünglich er-

hobenen Videos auf diesen Inhaltsbereich. Bei der Testbearbeitung beantworten die Teilnehmenden zu allen Videos dieselben überwiegend offenen Items (ebd.), bei denen sie einerseits Merkmale beschreiben sollen, die sie aus mathematikdidaktischer Perspektive wahrgenommen haben und andererseits Möglichkeiten, wie sie in dieser Situation handeln würden. Im Anschluss wurden alle Items anhand eines Manuals codiert (ebd.)⁶. Bezogen auf die Wahrnehmung werden insbesondere Oberflächenmerkmale als Antworten erwartet. Beispielsweise können die Teilnehmenden beschreiben, dass die Kinder versuchen sich zu messen oder ihre Größe miteinander vergleichen. Bezogen auf die Handlungsplanung sollen die Teilnehmenden möglichst nah an der gezeigten und für diesen Aufgabenteil noch einmal fokussierten Situation eine Handlungsplanung entwickeln, wie beispielsweise den Größenvergleich der Kinder reflektieren (z.B. „Ich frage die Kinder, wer größer ist.“).

Mit der in Kapitel 3.1.2 beschriebenen konfirmatorischen Faktorenanalyse konnte gezeigt werden, dass sich die beiden Konstrukte mathematikbezogene Situationswahrnehmung und Handlungsplanung abbilden und mit guten Modellfitwerten (Hu & Bentler, 1999) schätzen lassen. Die Ergebnisse sind in Tabelle 6 (Anhang A) dargestellt. Tabelle 4 gibt des Weiteren einen Überblick über die Gütekriterien des entwickelten videobasierten Instruments, die bis auf die niedrige Reliabilität des Videotests zur mathematikbezogenen Situationswahrnehmung ebenfalls den Erwartungen entsprechen (Dunekacke et al., 2015a, vgl. Anhang E).

Tabelle 4: Gütekriterien des entwickelten videobasierten Instruments

Instrument	Itemanzahl	Reliabilität	Validität
Videotest zur mathematikbezogenen Situationswahrnehmung	12	0.53	• Inhaltsvalidität (Dunekacke, 2015, vgl. Anhang C)
Videotest zur mathematikbezogenen Handlungsplanung	12	0.70	• Inhaltsvalidität (Dunekacke, 2015, vgl. Anhang C)

3.2.2 Validität der Leistungstests (Forschungsfrage (2))

Die Teilstudien von Dunekacke et al. (2015a & b, vgl. Anhang E und F) untersuchen die prognostische Validität der KomMa-Tests (Forschungsfragen (2a) und (2b)). Prognostische Validität liegt dann vor, wenn der Testwert ein Kriterium außerhalb der Testsituation direkt oder indirekt vorhersagt (Cronbach & Meehl, 1955). Dabei wurden nach dem zugrunde liegenden Kompetenzmodell (Blömeke et al., 2015a; Fröhlich-Gildhoff et al., 2011) vier Effekte untersucht (vgl. Tabelle 5). Beide Tests zeigen dieselbe Struktur auf. Sie sind prädiktiv für die mathematikbezogene Situationswahrnehmung und indirekt, vermittelt über die Situationswahrnehmung, auch prädiktiv für die mathematikbezogene Handlungsplanung. Situations-

⁶ Die Beurteilerübereinstimmungen können mit Yules $Y \geq 0.8$ als sehr gut bezeichnet werden.

wahrnehmung ist darüber hinaus hoch prädiktiv für die Handlungsplanung, was bei Dunekacke et al. (2015b & c, vgl. Anhang F und G) diskutiert wird.

Tabelle 5: Ergebnisse zur prognostischen Validität der Leistungstests

	β_1	β_2	β_3	β_{ind}
Mathematisches Fachwissen	0.45 (0.08)	fixiert	0.95 (0.07)	0.43 (0.07)
Mathematikdidaktisches Wissen	0.60 (0.09)	fixiert	0.95 (0.05)	0.58 (0.07)

Anmerkungen: β_1 = Regressionsgewicht Leistungstest \rightarrow mathematikbezogene Situationswahrnehmung; β_2 = Regressionsgewicht Leistungstest \rightarrow mathematikbezogene Handlungsplanung; β_3 = Regressionsgewicht mathematikbezogene Situationswahrnehmung \rightarrow mathematikbezogene Handlungsplanung; β_{ind} = Regressionsgewicht Leistungstest \rightarrow mathematikbezogene Handlungsplanung, mediert durch die mathematikbezogene Situationswahrnehmung (indirekter Effekt).

Bei Dunekacke et al. (under revision, vgl. Anhang D) werden mit einer deskriptiven Methode die Forschungsfragen (2c) und (2d) zur differenziellen Validität der KomMa-Leistungstests untersucht. In beiden Leistungstests zeigen die angehenden Grundschullehrkräfte eine relative Stärke gegenüber den angehenden frühpädagogischen Fachkräften. Für das mathematische Wissen ist dies erwartungskonform. Für das mathematikdidaktische Wissen war hingegen eine relative Stärke der angehenden frühpädagogischen Fachkräfte erwartet worden. Gründe für diesen Befund könnten beispielsweise in einer hohen Fachsprachlichkeit des entwickelten Tests liegen und werden bei Dunekacke et al. (under revision, vgl. Anhang C) und in Kapitel 4.2 diskutiert.

3.2.3 Struktur der professionellen Kompetenz (Forschungsfrage (3))

Die komplexe Struktur professioneller Kompetenz frühpädagogischer Fachkräfte (Forschungsfrage (3)) wird bei Dunekacke et al. (2015c, vgl. Anhang G) unter Berücksichtigung von Wissensfacetten, mathematikbezogenen Überzeugungen sowie situationsspezifischen Fähigkeiten untersucht. In Kapitel 1.2.2 wurde aus kompetenztheoretischer und psychologischer Sicht dargestellt, dass die Situationswahrnehmung auf den benannten Dispositionen aufbaut.

Zunächst wird die Struktur der mathematikbezogenen Überzeugungen angehender frühpädagogischer Fachkräfte untersucht. Wie bei Benz (2012) und Levin et al. (2015) beschrieben, zeigt sich auch in dieser Studie eine dreidimensionale Struktur (Dunekacke, et al., 2015c, vgl. Anhang G), bei der Statische Orientierung, Prozessorientierung und Anwendungsorientierung bedeutsam sind und signifikant miteinander korrelieren (ebd.).

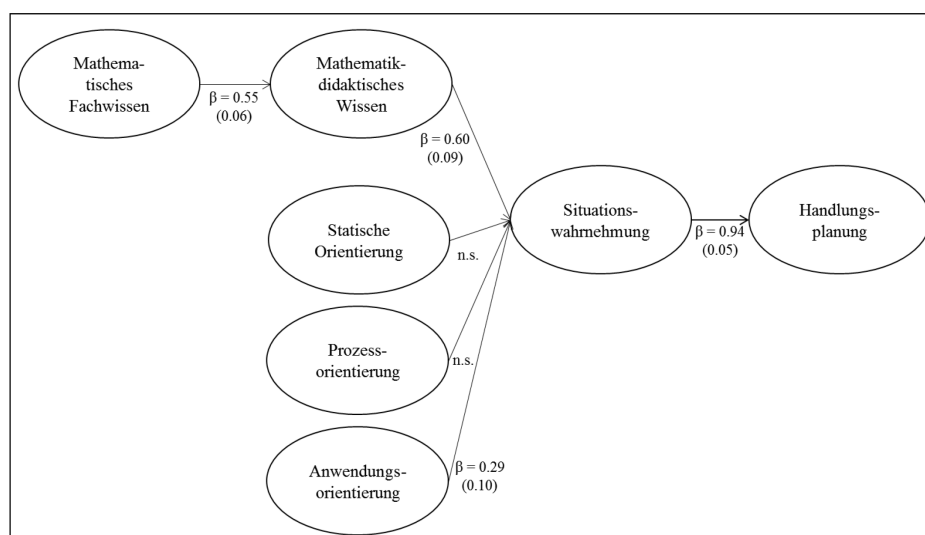


Abbildung 3: Komplexes SEM Modell professioneller Kompetenz im Bereich Mathematik.

Abbildung 3 zeigt die Regressionsgewichte der Wissensfacetten und mathematikbezogenen Überzeugungen für die mathematikbezogene Situationswahrnehmung und Handlungsplanung,

wie sie bei Dunekacke et al (2015c, vgl. Anhang G) berichtet werden. Das mathematische Fachwissen verliert in diesem komplexen Modell an Bedeutung und wird zu einer Vorbedingung für das mathematikdidaktische Wissen (ebd.). Von den mathematikbezogenen Überzeugungen ist lediglich die Anwendungsorientierung ein signifikanter Prädiktor. Bereits bei Benz (2012) und Levin et al. (2015) wird die hohe Bedeutung der Anwendungsorientierung für frühpädagogische Fachkräfte hervorgehoben (vgl. Kapitel 1.3.3).

4 Diskussion

In Kapitel 1.1 wurde deutlich, dass die Begleitung früher mathematischer Bildungsprozesse eine sehr anspruchsvolle Aufgabe ist. Einerseits erfordert sie differenziertes mathematisches und mathematikdidaktisches Wissen, da sich die Bildungssituationen nicht vorplanen lassen und die einzelnen Inhalte jederzeit spontan und miteinander vernetzt durch die Kinder angesprochen werden können und dann in fachlich angemessener Weise beantwortet werden müssen (Hasemann & Gasteiger, 2014; Schuler, 2013; Kaufmann, 2011). Andererseits müssen diese mathematischen Bildungsprozesse in alltäglichen und komplexen Situationen wahrgenommen, als mathematikhaltig identifiziert und entsprechend handelnd genutzt werden (Walter-Lager et al., 2014; Kieselhorst et al., 2013; Fröhlich-Gildhoff et al., 2011; Laewen, 2010; Schäfer, 2004). Damit ist die Annahme begründet, dass auch die professionelle Kompetenz frühpädagogischer Fachkräfte im Bereich Mathematik ein komplexes, mehrdimensionales Konstrukt aus unterschiedlichen Facetten wie Überzeugungen, Wissen, Emotionen sowie situationsspezifischen Fähigkeiten und letztlich Performanz ist (Blömeke et al., 2015a; Fröhlich-Gildhoff et al., 2011).

Die professionelle Kompetenz von frühpädagogischen Fachkräften im Bereich Mathematik bzw. ausgewählte Facetten hiervon wurden in den vergangenen sechs Jahren verstärkt empirisch untersucht (vgl. Kapitel 1.3). Der Fokus lag dabei auf dem fachlichen und fachdidaktischen Wissen (z.B. Blömeke et al., im Druck; Tsamir et al., 2015; Brendefur et al., 2013; Pitta-Pantazi & Christou, 2011) oder auf der Handlungsplanung bzw. Performanz (z.B. Hüttel & Rathgeb-Schnierer, 2014; Tresp et al., 2014), teilweise unter Berücksichtigung der Wahrnehmung bzw. diagnostischer Fähigkeiten (Wittmann et al., 2015; Bruns, 2014). Übereinstimmend zeigen die Studien, dass die Fachkräfte über wenig Wissen verfügen und es ihnen entsprechend schwerfällt mathematikhaltige Alltagssituationen zu erkennen und darauf angemessen zu reagieren. Viele der Studien belegen aber, dass entsprechende Aus- und Weiterbildungsangebote zu einer Verbesserung der einzelnen Kompetenzfacetten führen und sie sich positiv auf die Entwicklung der Kinder auswirken, indem diese mathematische Fragestellungen mit mehr und differenzierteren Lösungen bearbeiten können (z.B. Tirosh et al., 2011; Gasteiger, 2010). Insgesamt verweist der Forschungsstand auf drei große Desiderate: (1) fehlende Untersuchungen, die situationsspezifische Fähigkeiten der Fachkräfte berücksichtigen und damit Analysen zum Zusammenhang von Dispositionen und situationsspezifischen Fähigkeiten, als Zwischenschritt zur Performanz, erlauben; (2) einen Mangel an Studien, die Fachkräfte in der Ausbildung berücksichtigen und (3) einen Mangel an reliablen und validen Instrumenten, die auch Untersuchungen in größeren Stichproben und mit größerer Reichweite erlauben.

Die vorliegende Arbeit versucht, gemeinsam mit dem Projekt KomMa, in dessen Rahmen sie entstanden ist, einen Beitrag zur Schließung dieser Forschungslücken zu leisten. Hierzu wurde zunächst ein Instrument zur Erfassung situationsspezifischer Fähigkeiten von angehenden frühpädagogischen Fachkräften entwickelt (Forschungsfrage (1)). Durch den Einsatz dieses Instruments und der KomMa-Leistungstests konnten dann Belege für die prognostische und differenzielle Validität der Tests gegeben werden (Forschungsfragen (2a) bis (2d)). Das Hauptziel, die Analyse der Kompetenzstruktur der angehenden frühpädagogischen Fachkräfte unter Berücksichtigung kognitiver und motivational-affektiver Dispositionen sowie situationsspezifischer Fähigkeiten, konnte darauf aufbauend untersucht werden (Forschungsfrage (3)). Im Folgenden sollen dazu die einzelnen Forschungsfragen auf Basis der in Kapitel 3.2 bzw. den in den Beiträgen, die dieser kumulativen Dissertation zugrunde liegen (vgl. Anhänge C-G), dargestellten Ergebnisse beantwortet und Limitationen diskutiert werden, bevor im abschließenden Fazit und Ausblick auf weitere Forschungsdesiderate eingegangen wird.

4.1 Diskussion zu Forschungsfrage (1)

Forschungsfrage (1) bezog sich auf das erste Teilziel dieser Arbeit, nämlich die Entwicklung eines Instruments zur Erfassung situationsspezifischer Fähigkeiten von angehenden frühpädagogischen Fachkräften im Bereich Mathematik und lautete:

- (1) *Können für die offenen Settings des Elementarbereichs Instrumente entwickelt werden, um situationsspezifische Fähigkeiten von angehenden frühpädagogischen Fachkräften, im Speziellen die Fähigkeit zur Wahrnehmung mathematischer Lerngelegenheiten (mathematikbezogene Situationswahrnehmung) und die Fähigkeit zur Entwicklung von Handlungsoptionen (mathematikbezogene Handlungsplanung), zu erheben?*

Insgesamt kann bezogen auf Forschungsfrage (1) festgestellt werden, dass ein videobasiertes Instrument entwickelt wurde, mit dem diese Fähigkeiten bei angehenden frühpädagogischen Fachkräften erfasst werden können (vgl. Anhang B; Dunekacke, 2015, vgl. Anhang C; Dunekacke et al., 2015a, vgl. Anhang E). Die eingesetzten Videoclips wurden von Expertinnen und Experten ausgewählt (Dunekacke, 2015, vgl. Anhang C) und damit als mathematikhaltig und typisch für den Alltag in Kindertagesstätten identifiziert. Durch dieses Vorgehen kann dem Instrument eine hohe inhaltliche Validität bescheinigt werden. Das entwickelte Instrument wurde auch einer empirischen Überprüfung unterzogen. Es zeigte sich, dass beide Skalen zumindest hinreichende Reliabilitäten erreichen (vgl. Kapitel 3.2.1). Die konfirmatorische Faktorenanalyse hat ergeben, dass sich die beiden latenten Konstrukte mathematikbezogene Situationswahrnehmung und mathematikbezogene Handlungsplanung mit guten Modellfitwerten schätzen lassen (vgl. Tabelle 6, Anhang A). Dieses Ergebnis muss allerdings vor dem Hintergrund von zwei Limitationen betrachtet werden. Erstens die inhaltliche Breite und Tiefe, mit der die Konstrukte durch das Instrument erfasst werden, und zweitens die fehlende Berücksichtigung der Interpretation von Wahrnehmungen, die u.a. bei Blömeke et al. (2015a) als eine weitere situationsspezifische Fähigkeit benannt wird. Als dritte Limitation werden darüber hinaus bei Dunekacke et al. (2015a & b, vgl. Anhang E und F) Einschränkungen bei der latenten Modellierung der Konstrukte dargestellt, auf die hier daher nicht weiter eingegangen wird.

Zunächst zur inhaltlichen Breite und Tiefe: Die Videos decken, bis auf den Inhaltsbereich Daten, Zufall und Wahrscheinlichkeit, alle mathematischen Inhaltsbereiche ab, womit das Instrument einem ganzheitlichen Ansatz der Erfassung professioneller Kompetenz im Bereich Mathematik folgt. Der genannte Inhaltsbereich hat sich auch bei der freien Erhebung des Videomaterials nicht gezeigt (Dunekacke, 2015, vgl. Anhang C). Gleichzeitig wird zu

jedem Inhaltsbereich nur eine Situation aus dem Kindergartenalltag präsentiert, von der auf weitere Situationen geschlussfolgert werden muss. Dies ist ein grundsätzliches Problem empirischer Forschung (Kane, 1992b), da aufgrund der begrenzten Testzeit nur eine begrenzte Anzahl von Situationen berücksichtigt werden kann. Durch die Auswahl der Videos über eine Befragung von Expertinnen und Experten ist davon auszugehen, dass die eingesetzten Videos sehr prototypisch für Kindertagesstätten sind und die Ergebnisse somit trotzdem erste Hinweise auf die erfassten Konstrukte geben können. Im Kapitel Fazit und Ausblick wird darauf eingegangen, wie dieser Limitation in zukünftiger Forschung begegnet werden kann.

Der zweite Teil dieser Limitation betrifft die Tiefe, mit der die Konstrukte erfasst werden. Das vorliegende Instrument erfasst Oberflächenmerkmale und Sichtstrukturen (z.B. die verwendeten Materialien oder die Beschreibung der Aktivitäten). Dieses Vorgehen erscheint im Rahmen dieser Arbeit angemessen, da der Schwerpunkt auf Fachkräften in der Ausbildung liegt. Diese Zielgruppe befindet sich einerseits noch in einer frühen Phase der Kompetenzentwicklung, in der das Erkennen von Oberflächenmerkmalen als erster Schritt gilt (Star & Strickland, 2008), und verfügt andererseits auch nur über wenig oder gar keine spezifischen Lerngelegenheiten. Mit Blick auf eine kindorientierte, nachhaltige und anschlussfähige Begleitung von Lernprozessen ist das Wahrnehmen von Tiefenstrukturen (z.B. das Niveau der mathematischen Aktivität oder das Einordnen der kindlichen Beiträge in den Entwicklungsverlauf) von entscheidender Bedeutung, um die Bildungsprozesse weiter adaptiv begleiten zu können (Bruns, 2014; Laewen, 2010). Perspektivisch, insbesondere wenn Instrumente die Kompetenzentwicklung von der Ausbildung bis in die ersten Berufsjahre oder darüber hinaus messen sollen, müssen deswegen auch solche Tiefenstrukturen mit berücksichtigt werden.

Die zweite Limitation betrifft die fehlende Berücksichtigung der Interpretation. Interpretation wird von Blömeke et al. (2015a) als eine weitere situationsspezifische Fähigkeit benannt, die die Transformation von Wissen und Überzeugungen in Handlungen mediiert und dazu führt, dass eine wahrgenommene Situation auch tatsächlich zu einem Handlungsanreiz wird. Diese individuelle Bewertung der Situation, auf Basis der Dispositionen, findet sich auch in psychologischen Wahrnehmungsmodellen wieder (Heckhausen & Heckhausen, 2010). Im Bereich der frühen mathematischen Bildung könnte eine Fachkraft beispielsweise das Herstellen von Faltschnitten als eine mathematische Aktivität identifizieren, es jedoch auch als eine künstlerisch-ästhetische Aktivität einschätzen und diese Einschätzung in der aktuellen Situation als bedeutsamer interpretieren. Die Interpretation wird den Teilnehmenden in dem hier entwickelten Instrument aus Gründen der Vergleichbarkeit und Standardisierung abgenommen, in dem vorgegeben wird, dass eine mathematische Handlung geplant werden

soll (vgl. Dunekacke et al., 2015a, vgl. Anhang E). Dies muss an dieser Stelle als Einschränkung der inhaltlichen Validität bezogen auf das Kompetenzmodell gesehen werden. Zukünftig sollte im Sinne einer vollständigen Modellierung versucht werden, auch Aspekte der Interpretation zu berücksichtigen. Dieses könnte beispielsweise geschehen, indem die Teilnehmenden vor der Planung einer Handlungsoption gefragt werden, worauf sie sich in der Situation beziehen.

Zusammenfassend kann bezogen auf Forschungsfrage (1) festgestellt werden, dass es möglich war, ein videobasiertes Instrument zur Erfassung von mathematikbezogener Situationswahrnehmung und Handlungsplanung zu entwickeln, das, angepasst an das antizipierte Kompetenzniveau von angehenden frühpädagogischen Fachkräften im Bereich Mathematik, deren Fähigkeiten reliabel und inhaltlich valide aus einer ganzheitlichen mathematischen Perspektive erfasst. Zukünftige Entwicklungen bzw. Weiterentwicklungen solcher Instrumente sollten dabei insbesondere das Erfassen von Tiefenstrukturen der Wahrnehmung sowie die Interpretation der Wahrnehmung berücksichtigen.

4.2 Diskussion zu Forschungsfrage (2)

Mit Forschungsfrage (2) wird die Validität der im Rahmen des Projekts KomMa entwickelten Tests zur Erfassung des mathematischen und mathematikdidaktischen Wissens von angehenden frühpädagogischen Fachkräften untersucht. Sie wurde folgendermaßen formuliert:

- (2) *Lassen sich Belege für die Validität der im Rahmen des Projekts KomMa entwickelten Leistungstests zur Erfassung des mathematischen und mathematikdidaktischen Wissens von angehenden frühpädagogischen Fachkräften ableiten?*

Das Hauptaugenmerk liegt auf der prognostischen Validität und wird in den Forschungsfragen (2a) und (2b) ausdifferenziert:

- (2a) *Ist der KomMa-Leistungstest zur Erfassung des mathematischen Fachwissens prognostisch valide bezogen auf die mathematikbezogene Situationswahrnehmung und die mathematikbezogene Handlungsplanung?*
- (2b) *Ist der KomMa-Leistungstest zur Erfassung des mathematikdidaktischen Wissens prognostisch valide bezogen auf die mathematikbezogene Situationswahrnehmung und die mathematikbezogene Handlungsplanung?*

Bezogen auf die Forschungsfragen (2a) und (2b) geben die in Kapitel 3.2.2 bzw. bei Dunekacke et al. (2015a & b, vgl. Anhang E und F) dargestellten Ergebnisse einen ersten Hinweis darauf, dass die beiden KomMa-Tests zur Erfassung des mathematischen und mathematikdidaktischen Wissens als prognostisch valide bezogen auf die mathematikbezogene Situationswahrnehmung und indirekt, vermittelt über die Situationswahrnehmung, auch für die mathematikbezogene Handlungsplanung angesehen werden können. Beide KomMa-Tests weisen dabei eine identische Struktur und ähnliche Höhen der Prädiktoren auf. Einschränkend sollte bei diesen Befunden berücksichtigt werden, dass erstens das Instrument zur Erfassung der Außenkriterien selbst Limitationen unterliegt (vgl. Kapitel 4.1) und zweitens die prognostische Validität nur bezogen auf ausgewählte Konstrukte, nämlich die mathematikbezogene Situationswahrnehmung und Handlungsplanung, festgestellt wurde.

Bezogen auf das Instrument zur Erfassung der Außenkriterien mathematikbezogener Situationswahrnehmung und Handlungsplanung wurde weiter oben auf die zu berücksichtigenden Einschränkungen eingegangen. Ergänzend sollte an dieser Stelle hinzugefügt werden, dass für das videobasierte Instrument bislang Belege für die inhaltliche Validität vorliegen, jedoch nicht für andere Validitätsfacetten, wie sie bei Hartig et al. (2012) benannt werden. Es konnte allerdings gezeigt werden, dass das Instrument trotz der benannten Limitationen erste Hinweise auf die erfassten Fähigkeiten der angehenden Fachkräfte erlaubt. Vor diesem Hintergrund sind die hier dargestellten Ergebnisse als erste Hinweise zur prognostischen Validität zu interpretieren. Dies macht eine Replikation der Befunde in weiteren Studien erforderlich, um die prognostische Validität weiter abzusichern. Des Weiteren ist auch zu berücksichtigen, dass die Aussagen zunächst nur für angehende frühpädagogische Fachkräfte gelten, die an Fachschulen ausgebildet werden. Sollen die Aussagen auch darüber hinaus verallgemeinert werden, müssten ebenfalls entsprechende Folgestudien durchgeführt werden.

Die zweite Limitation der Ergebnisse zur prognostischen Validität betrifft die Auswahl der Außenkriterien. In der vorliegenden Arbeit wurden lediglich situationsspezifische Fähigkeiten berücksichtigt, die in der Kompetenzforschung als Mediator zwischen den Dispositionen und der Performanz diskutiert werden. Gleichzeitig ist damit die spätere berufliche Realität der angehenden Fachkräfte nur unzureichend abgebildet, da die eigentliche Performanz nicht berücksichtigt wird. Da Performanz das Ziel von Aus- und Weiterbildung darstellt, sollten entsprechende Maße zukünftig als weitere Indikatoren für die prognostische Validität herangezogen werden. Zusammenfassend geben die Ergebnisse also erste Hinweise für die prognostische Validität der entwickelten Leistungstests.

Wenngleich der Fokus der Forschungsfragen (2a) und (2b) auf der prognostischen Validität der im Rahmen des Projekts KomMa entwickelten Leistungstests lag, geben die Ergebnisse auch Hinweise auf die inhaltliche Bedeutung der beiden Wissensfacetten für die mathematikbezogene Situationswahrnehmung und Handlungsplanung angehender frühpädagogischer Fachkräfte im Bereich Mathematik. Insbesondere im internationalen Forschungsstand dominiert die Untersuchung unterschiedlicher Facetten des professionellen Wissens der Fachkräfte (z.B. Brendefur et al., 2013; Cantürk-Günhand & Çetingöz, 2013; Tirosh et al., 2011). Hierbei zeigt sich, zumindest wenn die Bedeutung der Facetten für die Entwicklung der Kinder im Bildungsbereich Mathematik untersucht wird, immer wieder, dass ein umfangreicheres Fach- und fachdidaktisches Wissen der Fachkräfte die Entwicklung der Kinder positiv beeinflusst. Insofern schließen die Befunde dieser Arbeit an den Forschungsstand an, indem sie Hinweise darauf geben, dass die entsprechenden Wissensfacetten bereits für die Wahrnehmung mathematikhaltiger Bildungssituationen bedeutsam sind. In Kapitel 4.3 wird dies noch einmal aufgegriffen.

Als weiterer Aspekt der Validität wurde im Rahmen dieser Dissertation die differenzielle Validität der KomMa-Leistungstests untersucht. Hierzu wurden die beiden folgenden Teilfragen (2c) und (2d) formuliert.

(2c) Kann der KomMa-Test zur Erfassung des mathematischen Fachwissens zwischen zwei Gruppen, die ähnliche, aber nicht dieselbe professionelle Kompetenz im Bereich Mathematik erwerben sollen, unterscheiden?

(2d) Kann der KomMa-Test zur Erfassung des mathematikdidaktischen Wissens zwischen zwei Gruppen, die ähnliche, aber nicht dieselbe professionelle Kompetenz im Bereich Mathematikdidaktik erwerben sollen, unterscheiden?

Bezogen auf die Forschungsfrage (2c) deuten die in Kapitel 3.2.2 dargestellten explorativ-deskriptiven Ergebnisse für den KomMa-Test zum mathematischen Fachwissen auf eine differenzielle Validität hin. Die angehenden Grundschullehrkräfte weisen eine relative Stärke gegenüber den angehenden frühpädagogischen Fachkräften auf, was erwartungskonform ist, da diese aufgrund der höheren Schulbildung (Abitur statt mittlerer Bildungsabschluss) hier schon in den Eingangsvoraussetzungen bevorteilt sind. Darüber hinaus studiert ein Teil der Stichprobe Mathematik als Unterrichtsfach, was mit weiteren fachspezifischen Lerngelegenheiten einhergeht, die dieses Ergebnis erklären. Auch aus der Lehrerbildungsforschung ist bekannt, dass Studierende mit dem Unterrichtsfach Mathematik in der Regel über ein höheres

mathematisches Fachwissen verfügen, was auf die umfangreicheren Lerngelegenheiten zurückgeführt wird (Blömeke et al., 2010).

Für den KomMa-Test zum mathematikdidaktischen Wissen sind die Ergebnisse nicht erwartungskonform. Hier bestand die Erwartung, dass die angehenden frühpädagogischen Fachkräfte eine relative Stärke gegenüber den angehenden Grundschullehrkräften aufweisen, da der Test spezifische mathematikdidaktische Inhalte für die Arbeit mit drei- bis sechsjährigen Kindern erfasst (Blömeke et al., im Druck; Dunekacke et al., under revision, vgl. Anhang D; Jenßen et al., 2015c;). Die Ergebnisse zeigen auch hier eine relative Stärke der angehenden Grundschullehrkräfte. Hierfür können inhaltliche und methodische Gründe als mögliche Erklärung herangezogen werden. Inhaltlich wäre es möglich, dass die Grundschullehrkräfte, beispielsweise im Rahmen von Seminaren zum Anfangsunterricht, ebenfalls mathematikdidaktisches Wissen für die Arbeit mit drei- bis sechsjährigen Kindern erworben haben oder ihr Wissen, z.B. über mathematischen Anfangsunterricht, entsprechend transformieren konnten. Methodisch könnten die sehr sprachabhängigen Tests (Blömeke et al., im Druck) die angehenden Grundschullehrkräfte bevorteilen, da diese, aufgrund des höheren Schulabschlusses, sprachlich besser vorgebildet sind.

Einschränkend ist bei diesen Ergebnissen der deskriptive und explorative Charakter des methodischen Vorgehens zu berücksichtigen. Dieser wurde aufgrund der begrenzten und unterschiedlichen Größe der beiden Stichproben gewählt. Damit sind die Befunde zunächst jedoch nur für die hier betrachtete Stichprobe gültig und sollten in weiteren Studien mit Stichproben in ähnlicher und hinreichender Größe für beide Gruppen inferenzstatistisch abgesichert werden. Zur weiteren Analyse der Befunde des KomMa-Leistungstests zum mathematikdidaktischen Wissen sollten außerdem differenziertere Analysen durchgeführt werden, indem beispielsweise zwischen angehenden Grundschullehrkräften mit oder ohne das Unterrichtsfach Mathematik unterschieden wird. Wittmann et al. (2015) geben Hinweise darauf, dass beispielsweise die Wahrnehmung mathematikhaltiger Alltagssituationen von frühpädagogischen Fachkräften und Grundschullehrkräften ohne Fachstudium ähnlicher ist und empirisch von der von Grundschullehrkräften mit Fachstudium unterscheiden lässt. Dieses könnte sich möglicherweise auch in der Bearbeitung entsprechender Wissenstests widerspiegeln.

Zusammenfassend kann bezogen auf Forschungsfrage (2) festgestellt werden, dass die präsentierten Ergebnisse erste Hinweise auf die prognostische und differenzielle Validität des KomMa-Tests zum mathematischen Fachwissen geben (Forschungsfragen (2a) und (2c)) sowie auf die prognostische Validität des KomMa-Tests zum mathematikdidaktischen Wissen (Forschungsfrage (2b)) hinweisen. Für die differenzielle Validität des Tests zum mathematik-

didaktischen Wissen (Forschungsfrage (2d)) konnten vorläufig noch keine Belege gegeben werden. Insgesamt ist zu berücksichtigen, dass mit der prognostischen und differenziellen Validität nur ausgewählte Teilfacetten des komplexen Konstrukts Validität abgedeckt werden (Hartig et al., 2012; Cronbach & Meehl, 1955) und in weiteren Studien auch andere Aspekte, wie beispielsweise die Konstruktvalidität, untersucht werden sollten (vgl. hierzu auch Jenßen et al., 2015b & under revision).

Da die Forschungsfragen (1) und (2) somit überwiegend positiv beantwortet werden konnten, was, wie in Kapitel 2 dargelegt wurde, eine Voraussetzung für die Untersuchung von Forschungsfrage (3) war, soll diese im Folgenden diskutiert werden.

4.3 Diskussion zu Forschungsfrage (3)

Forschungsfrage (3) bezieht sich auf die Kompetenzstruktur der angehenden frühpädagogischen Fachkräfte und damit auf das Hauptziel dieser Arbeit. Forschungsfrage (3) lautete:

(3) *Welche Kompetenzstruktur zeigen angehende frühpädagogische Fachkräfte unter Berücksichtigung des Fach- und fachdidaktischen Wissens, der mathematikbezogenen Überzeugungen und der mathematikbezogenen Situationswahrnehmung und Handlungsplanung auf?*

Insgesamt kann bezogen auf Forschungsfrage (3) festgestellt werden, dass erwartungskonform das Wissen und die mathematikbezogenen Überzeugungen bedeutsam für die mathematikbezogene Situationswahrnehmung und Handlungsplanung sind (Dunekacke et al., 2015c, vgl. Anhang G).

Auffällig ist, dass nur einzelne Facetten direkt bedeutsam sind (das mathematikdidaktische Wissen und die Anwendungsorientierung), wohingegen die anderen Facetten lediglich Vor- bzw. assoziierte Bedingungen sind. Bezogen auf die Wissensfacetten zeigt sich hierin ein Unterschied zu den Befunden in Kapitel 3.2.2. Hier wurde jeweils eine einzelne Wissensfacette als Prädiktor modelliert. In diesen Modellen konnten die Wissensfacetten jeweils die mathematikbezogene Situationswahrnehmung signifikant und in mittlerer Höhe vorhersagen. Dies könnte aus der Perspektive der Kompetenzforschung zunächst darauf hindeuten, dass, wie erwartet, professionelle Kompetenz von frühpädagogischen Fachkräften ein komplexes Konstrukt ist (Blömeke et al., 2015a; Fröhlich-Gildhoff et al., 2011), dessen einseitige Modellierung, indem beispielsweise nur einzelne Überzeugungen oder Wissensfacetten berücksichtigt werden, dieses nur unzureichend abbildet. Inhaltlich deutet sich eine Präferenz des didaktischen Wissens gegenüber dem Fachwissen an. Diese hatte sich auch bei der einzelnen Be-

trachtung der Wissensfacetten bereits angedeutet, indem die Prädiktoren für das mathematikdidaktische Wissen etwas höher waren (vgl. Kapitel 3.2.2). Arbeiten mit Lehrkräften haben bislang immer darauf verwiesen, dass dem Fachwissen eine ebenso hohe Bedeutung wie dem fachdidaktischen Wissen zukommt (Blömeke et al., 2010). Hier deutet sich möglicherweise eine Spezifik in der Kompetenzstruktur frühpädagogischer Fachkräfte an, auf die weiter unten noch eingegangen wird.

Die mathematikbezogenen Überzeugungen, die hier in Anlehnung an Grigutsch et al. (1998) erfasst wurden, weisen insgesamt eine dreidimensionale Struktur aus statischer, Prozess- und Anwendungsorientierung auf. Diese Struktur hat sich auch in den Studien von Benz (2012) und Levin et al. (2015) gezeigt und scheint damit die mathematikbezogenen Überzeugungen von frühpädagogischen Fachkräften gut wiederzugeben. Mit der Skala zur Anwendungsorientierung wird erfasst, wie relevant Mathematik für die Fachkräfte in alltäglichen Situationen ist. Sie weist gegenüber den anderen beiden Skalen, die eher fachspezifische Sichtweisen auf Mathematik erfassen (Mathematik als regelorientierte, statische bzw. als kreative, problemlösungsorientierte Wissenschaft), einen höheren Alltagsbezug auf.

Diese Befunde müssen vor den bereits bezüglich der Forschungsfragen (1) und (2) diskutierten Limitationen betrachtet werden und können somit nur als erste Hinweise gelten. Die Befunde zur dreidimensionalen Struktur der mathematikbezogenen Überzeugungen können zwischenzeitlich als sehr valide angesehen werden, da sie sich bereits in unterschiedlichen Studien gezeigt haben (Levin et al., 2015; Benz, 2012). Zusammenfassend kann in Bezug auf

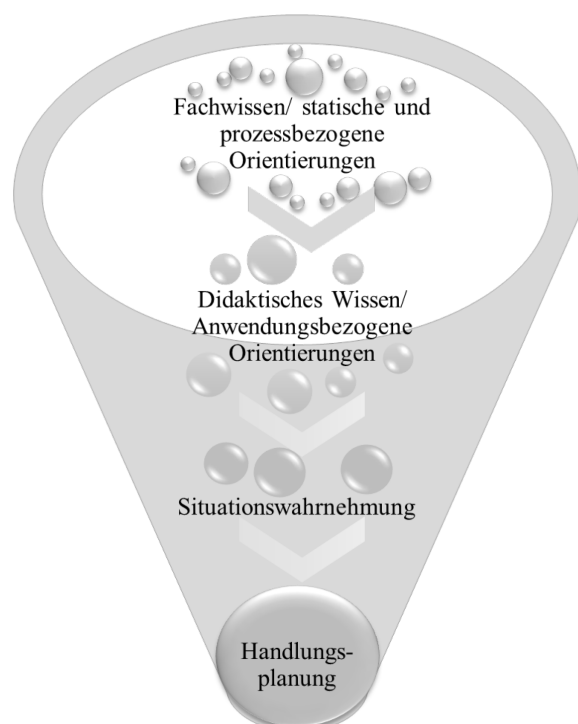


Abbildung 4: Professionelle Kompetenz als "Filter".

Forschungsfrage (3) festgestellt werden, dass es sich bei der professionellen Kompetenz von frühpädagogischen Fachkräften im Bereich Mathematik, vorbehaltlich der benannten Limitationen, erwartungsgemäß um ein komplexes, mehrdimensionales Konstrukt handelt, bei dem unterschiedliche Wissens- und Überzeugungsfacetten sowie situationsspezifische Fähigkeiten miteinander verknüpft sind.

Aus der Perspektive der Kompetenzforschung können diese Befunde als eine Art Filter interpretiert werden (vgl. Abbildung 4). Zunächst bringt eine Fachkraft ein bestimmtes, im

Rahmen ihrer schulischen Vorbildung erworbenes Fachwissen und entsprechend bestimmte fachbezogene Überzeugungen mit. Momentan wird das mathematische Wissen in der Ausbildung auch überwiegend nur unter dieser Perspektive erweitert (Jenßen et al., 2015c; Copley, 2004; Aubrey, 1994) und spricht entsprechend alle Inhalte und allgemeinen mathematischen Kompetenzen an, die auch in den Bildungsstandards hinterlegt sind (KMK, 2004), was in der Abbildung 4 durch die Vielzahl und unterschiedliche Größe der Kreise dargestellt ist. Eine spezielle Fokussierung auf fachbezogene Aspekte früher mathematischer Bildung erfolgt in der Regel nicht. Die Ergebnisse dieser Arbeit deuten darauf hin, dass insbesondere die stärker mit dem Fach an sich assoziierten Facetten der mathematikbezogenen Überzeugungen, nämlich die statischen und die prozessbezogenen Überzeugungen, eine ähnliche Funktion wie das Fachwissen einnehmen.

Dieses fachbezogene Wissen und die fachbezogenen Überzeugungen werden dann im Laufe der professionellen Entwicklung durch fachdidaktisches Wissen ergänzt. Bei dem zu erwerbenden fachdidaktischen Wissen handelt es sich um Wissen, welches im Rahmen der Ausbildung oder im Rahmen von Praxiserfahrungen erworben (*gelernt*) wird. Damit ist es erwartungsgemäß deutlich spezifischer und näher mit dem tatsächlichen Kontext der späteren Tätigkeit verbunden, also *kontextgebundener* als das fachbezogene Wissen. Auch kann davon ausgegangen werden, dass es im Gegensatz zum Fachwissen *binnenstrukturierter* ist, also von den beruflichen Anforderungen her definiert ist, da auch hier davon ausgegangen werden muss, dass es überwiegend im Rahmen von konkreten Handlungssituationen erworben wird. Damit sind die von Hartig & Klieme (2006) benannten Merkmale professioneller Kompetenz berücksichtigt, die auf das mathematische Fachwissen momentan nicht zutreffen. In Abbildung 4 wird diese Kontextgebundenheit durch die geringere Anzahl von Kreisen dargestellt. Möglicherweise geht damit auch einher, dass nur noch bestimmte bzw. spezifischere, also *kontextgebundene* Facetten des Fachwissens berücksichtigt werden. Beispielsweise ist es im Inhaltsbereich Zahlen und Mengen nicht mehr erforderlich, schriftliche Divisionsaufgaben mit mehrstelligen Operatoren ausführen zu können, aber dafür ist Wissen über das Ver- und Aufteilen als Grundsituationen der Division bedeutsamer. Dies kann aber auf Basis der vorliegenden Daten nicht genauer bestimmt werden. Auf Basis dieses fachdidaktischen Wissens können dann mathematikhaltige Alltagssituationen wahrgenommen werden. Hierbei ist es wiederum erforderlich, kontextspezifisch die entsprechenden Anteile des Wissens und der Überzeugungen zu nutzen, was wiederum durch die verringerte Anzahl von Kreisen dargestellt wird (vgl. Abbildung 4). Letztlich mündet dies in einer entsprechenden Handlungsplanung.

Es zeigen sich mit diesen Befunden, wie schon bei Schuler et al. (under revision) und Blömeke et al. (im Druck), erneut strukturelle Unterschiede zwischen angehenden Lehrkräften und fröhpädagogischen Fachkräften. Diese Unterschiede manifestieren sich darin, dass insbesondere kind- bzw. praxisorientierte Facetten der Kompetenz, nämlich das mathematikdidaktische Wissen und anwendungsorientierte mathematikbezogene Überzeugungen Prädiktoren für die mathematikbezogene Situationswahrnehmung und Handlungsplanung sind. Hierin grenzen sich die Befunde von jenen zur Lehrerbildungsforschung ab, wo beide Wissensfacetten bedeutsam für die Handlungsplanung bzw. Handlung der Lehrkräfte sind (Blömeke et al., re-submitted after revisions, Blömeke et al., 2015b; Blömeke et al., 2014).

Zusammenfassend kann an dieser Stelle festgehalten werden, dass die Ergebnisse dieser Arbeit weitere Hinweise darauf geben, dass es möglich ist, unterschiedliche Facetten professioneller Kompetenz von angehenden fröhpädagogischen Fachkräften im Bereich Mathematik standardisiert zu erfassen. Darüber hinaus gibt die Arbeit Hinweise darauf, dass die Facetten komplex miteinander verknüpft sind und daher bei der Erfassung immer mehrere Facetten berücksichtigt werden müssen und eine Verkürzung, beispielsweise auf die Überzeugungen oder das Wissen der Fachkräfte, nur ein unzureichendes Bild wiedergibt. Bezogen auf das Forschungsfeld der professionellen Kompetenz fröhpädagogischer Fachkräfte im Bereich Mathematik kann dies, in Ergänzung der von Schuler und Wittmann (2009) bzw. Schuler (2013) genannten Forschungsfelder, zwischenzeitlich als eigenständiges Forschungsfeld im Bereich der frühkindlichen mathematikdidaktischen Forschung angesehen werden. Aufgrund unterschiedlicher Limitationen sind die Befunde dieser Arbeit zunächst als *Hinweise* zu verstehen, mit denen ein erster Beitrag zur Schließung der in Kapitel 1.3.4 aufgezeigten großen Forschungsdesiderata im Bereich der professionellen Kompetenz von angehenden fröhpädagogischen Fachkräften im Bereich Mathematik geleistet werden konnte. Eine Replikation der Ergebnisse in weiteren Studien ist unabdingbar, bevor diese über den Kontext dieser Arbeit hinaus generalisiert werden können. Sollten sich die Befunde jedoch bestätigen, so ergeben sich hieraus weitere theoretische Implikationen und Forschungsdesiderata, auf die im Folgenden abschließend eingegangen werden soll.

Fazit und Ausblick

Im ersten Teil dieser Arbeit wurden, bezogen auf das Forschungsfeld professioneller Kompetenz fröhpädagogischer Fachkräfte im Bereich Mathematik, die Entwicklung von re-

liablen und validen Instrumenten zur Erfassung dieser Kompetenz und entsprechende Analysen zur Kompetenzstruktur als große Forschungsdesiderata identifiziert. Hierbei sollten aus kompetenztheoretischer Perspektive neben Dispositionen wie dem professionellen Wissen und motivational-affektiven Facetten auch situationsspezifische Fähigkeiten berücksichtigt werden, um den Transfer von Dispositionen in Performanz erklären zu können (Blömeke et al., 2015a; Fröhlich-Gildhoff et al., 2011). Im empirischen Teil wurde ein erster Beitrag zur Schließung dieser Forschungslücken geleistet. Zunächst wurde ein videobasiertes Instrument entwickelt, das erste Hinweise auf die mathematikbezogene Situationswahrnehmung und Handlungsplanung frühpädagogischer Fachkräfte geben kann (Dunekacke, 2015; Dunekacke et al., 2015a, vgl. Anhang C und E). Durch den Einsatz des Instruments in einer Feldstudie konnte das Hauptziel dieser Arbeit, nämlich die Modellierung professioneller Kompetenz frühpädagogischer Fachkräfte im Bereich Mathematik unter Berücksichtigung von kognitiven und motivational-affektiven Dispositionen sowie situationsspezifischen Fähigkeiten, untersucht werden und es wurde gezeigt, dass die professionelle Kompetenz ein mehrdimensionales komplexes Konstrukt ist (Dunekacke et al., 2015c, vgl. Anhang G).

Gleichzeitig ergeben sich aus den in den Kapiteln 4.1 bis 4.3 angesprochenen Limitationen weitere Forschungsdesiderata, die zukünftig bearbeitet werden sollten, um die professionelle Kompetenz frühpädagogischer Fachkräfte zu analysieren und so zunächst die Aus- und Weiterbildungsangebote passgenauer planen zu können und perspektivisch die Bildungsbegleitung von Kindern im Bildungsbereich Mathematik gut zu begleiten.

Aus der Perspektive der Kompetenzforschung hat diese Arbeit einen Beitrag dazu geleistet, bei der Untersuchung der Kompetenzstruktur angehender frühpädagogischer Fachkräfte nicht nur deren Wissen und Überzeugungen, sondern auch deren Wahrnehmung und Handlungsplanung, also situationsspezifischere Fähigkeiten, zu berücksichtigen. Gleichzeitig wurden andere Facetten des Kompetenzkonstrukts nicht berücksichtigt. Hierzu zählen insbesondere die Interpretation der gemachten Wahrnehmungen und die tatsächliche Performanz der Fachkräfte.

In Kapitel 1.1.1 wurde dargestellt, dass frühkindliche Bildung von den Interessen der Kinder ausgeht und diese durch Erziehung lediglich angeregt und beantwortet werden können (Laewen, 2010). In diesem Sinne sind alltägliche Situationen in der Kindertagesstätte zunächst nicht nach einer bestimmten Fachsystematik vorstrukturiert. Das Legen von Mustern kann somit beispielsweise eine motorische Übung sein (die einzelnen Plättchen möglichst präzise aneinander legen, ohne die anderen zu verschieben), ästhetische (welche Farben passen gut zusammen), sprachliche (das Muster möglichst genau beschreiben) oder mathemati-

sche Aspekte enthalten (welche Form oder Farbe muss als nächstes gelegt werden) bzw. die unterschiedlichen Aspekte miteinander kombinieren. Vor diesem Hintergrund erscheint es trivial, anzunehmen, dass eine Aktivität zwar als das Legen von Mustern identifiziert werden kann, ob eine Fachkraft aber auch unabhängig von einer mathematikbezogenen Testsituation auf den mathematischen Aspekt dieser Aktivität eingehen würde, bleibt jedoch unklar. Von daher erscheint das Berücksichtigen der Interpretation von Wahrnehmung ein nächster essentieller Schritt, um die Kompetenzstruktur und damit perspektivisch auch die Performanz der Fachkräfte zu analysieren. Interpretation wird sowohl in den Wahrnehmungsmodellen der Psychologie (Heckhausen & Heckhausen, 2010), im Kontext der Lehrerbildungsforschung (z.B. Gold et al., 2015; Lindmeier et al., 2013, Blömeke 2012), als auch in der Frühpädagogik (z.B. Kieselhorst et al., 2013) als eine kritische Stelle identifiziert, die insbesondere von den individuellen Dispositionen der Fachkräfte abhängt. Gerade mit Blick auf den Bildungsbereich Mathematik und die hohe Bedeutung motivational-affektiver Konstrukte, wie Überzeugungen oder Mathematikangst, könnten an dieser Stelle möglicherweise Vermeidungsmechanismen greifen, die ein Aufgreifen der mathematischen Aspekte der Situation verhindern.

In dem in dieser Arbeit entwickelten Instrument wurde die Interpretation aus Gründen der Vergleichbarkeit zunächst nicht berücksichtigt. Möglichkeiten, wie dies forschungsmethodisch umgesetzt werden könnte, wären beispielsweise, dass die Fachkräfte zunächst gebeten werden, frei zu beschreiben, worauf sie in dieser Situation eingehen würden, oder dass sie gebeten werden, aus unterschiedlichen Interpretationsmöglichkeiten, die zur Auswahl stehen, diejenige auszuwählen, die ihrer Ansicht nach in der gezeigten Situation am bedeutsamsten ist.

Des Weiteren wurde in Kapitel 4.1 dargestellt, dass mit dem hier entwickelten Instrument insbesondere Oberflächenmerkmale der Wahrnehmung erfasst werden (Dunekacke, 2015, vgl. Anhang C). Hiermit ist ebenfalls nur ein Teil der Wahrnehmung berücksichtigt, der jedoch gerade für die hier interessierende Gruppe der Fachkräfte in der Ausbildung eine angemessene Herangehensweise darstellt. Zukünftig wäre es wichtig, auch Tiefenstrukturen zu berücksichtigen. Einerseits könnte dies, auch für Fachkräfte in der Ausbildung, weitere Hinweise geben, wie diese bereits hier angelegt und unterstützt werden können. Andererseits wäre dies auch wichtig, wenn mit den Instrumenten auch die Kompetenzentwicklung über die Ausbildung hinaus erfasst werden soll. Dieser Aspekt der Kompetenz, nämlich dass Kompetenz erlernbar ist und sich im Laufe der Ausbildung und Berufstätigkeit entwickeln sollte, wurde bislang nur am Rande thematisiert, ist jedoch mit Blick auf die Planung von Aus- und Weiterbildungsangeboten wichtig. Sollen die entwickelten Instrumente zukünftig auch in sol-

chen longitudinalen Designs genutzt werden, müssten sie auch Tiefenmerkmale erfassen. Hier wäre es beispielsweise möglich, dass die Fachkräfte die mathematischen Fähigkeiten der Kinder einschätzen, ähnlich wie es auch Bruns (2014) in ihrer Arbeit vorschlägt. Da dies den Fachkräften jedoch nicht immer leicht fällt (ebd.), gerade wenn sie die Kinder nur in einer kurzen Videosequenz sehen, wäre es auch möglich, Informationen hierzu vorzugeben. In beiden Fällen könnte dann überprüft werden, inwieweit diese Informationen bei der Entwicklung von Handlungsmöglichkeiten berücksichtigt werden.

Ein weiterer Aspekt, der aus der Perspektive der Kompetenzforschung, aber auch der Frühpädagogik zukünftig noch stärker berücksichtigt werden muss, ist die Performanz, also das eigentliche pädagogische Handeln der Fachkräfte. In der Analyse des Forschungsstandes (vgl. Kapitel 1.3.4) wurde deutlich, dass insbesondere in den nationalen Studien hierzu schon erste Ansätze vorliegen und die mögliche Begründung hierfür in der stärkeren Kind- und Situationsorientierung in der deutschen Frühpädagogik gesehen werden kann. In zukünftigen Studien auch Performanz zu berücksichtigen ist wichtig, da durch die Berücksichtigung von Dispositionen und situationsspezifischen Merkmalen die professionelle Kompetenz zwar bereits deutlich handlungsnäher erfasst wird, allerdings auch nur *handlungsnäher*. Ob diese handlungsnäheren Aspekte dann durch die Fachkräfte in Performanz umgesetzt werden können, bleibt nach wie vor unklar. Da auch hier nicht davon auszugehen ist, dass es sich um eine lineare Transformation handelt (Weinert et al., 1990), sollten zukünftige Studien untersuchen, wie sich die Kompetenzstruktur verändert, wenn auch Performanz einbezogen wird. Gleichzeitig ist Performanz schwierig standardisiert zu erfassen, da sie von unterschiedlichen Variablen, wie beispielsweise der Kindergruppe dem Konzept der Kindertageseinrichtung und anderen Variablen, abhängt. Bisherige Ansätze versuchen entweder, durch standardisierte Beobachtungsverfahren ein Maß für die Performanz zu erhalten (Tresp et al., 2014) oder bitten die Fachkräfte, gezielt Angebote vorzubereiten (Bruns, 2014; Hüttel & Rathgeb-Schnierer, 2014). Beide Ansätze haben Vor- und Nachteile, die vor dem Hintergrund der jeweiligen Forschungsfragen abgewogen werden müssen. So bieten standardisierte Beobachtungsverfahren einen hohen Realitätsbezug, da sie nur minimale Eingriffe, durch die Anwesenheit des Beobachters, in den Kindergartenalltag darstellen. Sie sind jedoch sehr zeitintensiv, da mathematische Bildungssituationen nicht täglich vorkommen müssen. Vorbereitete Angebote durch die Fachkräfte sind hier deutlich forschungsökonomischer, gehen jedoch ggf. mit dem Nachteil einher, dass sie nur bedingt an den aktuellen Interessen der Kinder anknüpfen, die als Ausgangspunkt frühkindlicher Bildungsprozesse dienen.

Aus fachdidaktischer Perspektive wäre es bei der Bearbeitung der genannten Forschungsdesiderate wichtig, die Ziele früher mathematischer Bildung im Blick zu behalten. Hierzu gehört es, die Interessen und Fähigkeiten der Kinder in allen Inhaltsbereichen und insbesondere bezogen auf die allgemeinen mathematischen Fähigkeiten entwicklungsfördernd zu begleiten. Mit dem in dieser Arbeit entwickelten Instrument wurde ein Ansatz vorgestellt, bei dem alle Bildungsbereiche, die sich auch in der Kindertagesstätte gezeigt haben, berücksichtigt wurden. Bereits hier war festzustellen, dass beispielsweise die Bereiche Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit sowie Muster und Strukturen nicht berücksichtigt wurden und dass auch auf die allgemeinen mathematischen Fähigkeiten nicht eingegangen wurde. Dies sind Aspekte, die aus fachdidaktischer Perspektive zukünftig stärker berücksichtigt werden sollten.

Mit den hier benannten Forschungsdesideraten sind große Herausforderungen an die eingesetzten Instrumente verbunden, die dadurch ggf. sehr komplex werden und eine hohe Bearbeitungszeit erfordern, die gerade für Fachkräfte im Beruf, die an empirischen Studien in ihrer Freizeit teilnehmen, nur begrenzt zumutbar ist. Hier scheinen sich prinzipiell zwei Wege abzuzeichnen. Entweder könnten weiterhin, so wie es beispielsweise in dieser Dissertation bzw. im Rahmen des Projekts KomMa erfolgte, alle mathematischen Inhaltsbereiche mit den Forschungsinstrumenten abgedeckt werden, während nur ausgewählte Facetten der professionellen Kompetenz, wie beispielsweise situationsspezifische Fähigkeiten oder das Wissen der Fachkräfte, erfasst werden oder zukünftig könnte zunächst eine Fokussierung auf ausgewählte Inhaltsbereiche erfolgen, an denen dann, zunächst exemplarisch, alle Kompetenzfacetten erfasst werden und so die Kompetenzstruktur untersucht werden kann.

Die Entscheidung für den zweiten beschriebenen Weg würde zunächst sehr valide Aussagen bezogen auf die Kompetenzstruktur der Fachkräfte hervorbringen. Gleichzeitig wären diese bezogen auf die Ziele früher mathematischer Bildung in ihrer inhaltlichen Validität eingeschränkt. Um dieser Einschränkung zu begegnen, wäre es zunächst wichtig für alle Inhaltsbereiche und ggf. auch für allgemeine mathematische Fähigkeiten sukzessive entsprechende Instrumente zu entwickeln und nicht, wie es sich bislang schon für die Erfassung des professionellen Wissens andeutet, dies nur für ausgewählte Inhaltsbereiche zu erfassen (vgl. Kapitel 1.3.4). Perspektivisch könnten die so generierten Ergebnisse zunächst miteinander verglichen werden und ggf. aus den entwickelten reliablen und bezogen auf das Kompetenzkonstrukt validen Instrumenten auch Kurzskalen gebildet werden, die dann entsprechend zu einem auch bezogen auf die Ziele früher mathematischer Bildung validen Instrument zusammengefügt werden. Ein erster Schritt um dieses zweifelsohne anspruchsvolle mittel- bis langfristige Forschungsziel zu erreichen, könnte darin bestehen, bei der Entwicklung der einzelnen Instru-

mente ein ähnliches Kompetenzverständnis zu wählen und auch die Anlage der Instrumente aufeinander abzustimmen (beispielsweise die Art der eingesetzten Materialien und Items).

Ein weiterer Aspekt, der eng mit diesen Überlegungen verbunden ist, aber in den bisherigen Ausführungen und auch den vorliegenden Studien nicht berücksichtigt wird, ist die Frage, inwieweit im Elementarbereich grundsätzlich von Bildungsbereichen (z.B. dem Bildungsbereich „Mathematik“ oder „Naturwissenschaft“) gesprochen werden kann. Das Sprechen von Bildungsbereichen hat im Elementarbereich, insbesondere in Deutschland, eine junge Tradition (Diskowski, 2009). Dieses Vorgehen, zur Strukturierung und Orientierung gedacht, ist vor dem Hintergrund der hohen Kind- und Situationsorientierung im Elementarbereich zu hinterfragen, da damit die Gefahr besteht, dass die Interessen der Kinder gegenüber den Inhalten vernachlässigt werden. Vielmehr ist im Elementarbereich davon auszugehen, dass einer Situation Facetten aus unterschiedlichen Bildungsbereichen zugeordnet werden können, wie das oben erwähnte Beispiel zum Legen von Mustern zeigt. Hier wäre in zukünftigen Forschungen danach zu fragen, inwieweit auch mehrperspektivische Zugänge realisiert werden können und sollten, indem beispielsweise integrierende Elemente professioneller Kompetenz in den Bereichen Mathematik und Sprache identifiziert und mit Hilfe derselben Videoclips, also Situationen, erfasst werden.



Abbildung 5: Professionelle Kompetenz in frühpädagogischer Leserichtung.

Die Überlegungen zur höheren Kind- und Situationsorientierung, die in Kapitel 1.1.1 auch theoretisch fundiert wurden, führen dazu, dass in der Frühpädagogik primär nicht die Sache am Beginn steht, sondern die Situation selbst. Dies könnte sich möglicherweise auch in der professionellen Kompetenz der Fachkräfte widerspiegeln. Vor diesem Hintergrund könnte sich *theoretisch* auch eine „umgekehrte Leserichtung“ der Kompetenzstruktur ergeben (vgl. Abbildung 5). Am Anfang stehen zunächst die Situationen, in denen sich die Interessen und Aktivitäten der Kinder zeigen, aber nicht anhand bestimmter Fachsystematiken vorstrukturiert sind (Fröhlich-Gildhoff et al., 2011; Laewen,

2010; Schäfer, 2008). Erst durch die Wahrnehmung und Interpretation der Fachkräfte (Kieselhorst et al., 2013; Schäfer et al., 2004) können Bildungsbereiche, wie der Bildungsbereich Mathematik, wie eine Folie auf die Situation gelegt werden und zur Auswahl einer Handlungsplanung führen. Da in den Situationen zunächst die Aktivitäten und Interessen der Kin-

der im Mittelpunkt stehen, ist an dieser Stelle das fachdidaktische Wissen bedeutsam um beispielsweise die Eins-zu-eins-Zuordnung beim Tischdecken als wichtigen Schritt in der Zählentwicklung zu identifizieren. Das Fachwissen würde dann erst im zweiten Schritt bedeutsam, wenn es um die weiterführende Analyse und Förderung geht, aber in einer hochspezialisierten Form verglichen mit dem Fachwissen, dass die Fachkräfte in ihrer eigenen Schulzeit bzw. Ausbildung erworben haben. In einer solchen Lesart der Befunde wäre auch ein zumindest hoher Zusammenhang zwischen Situationswahrnehmung und Handlungsplanung inhaltlich plausibler. Handlungsplanung, vorwiegend verstanden als *Gestaltung der Interaktion* ist direkt mit der Wahrnehmung verbunden, da sie nicht auf einer vorgelagerten Planung, wie beispielsweise im schulischen Kontext, aufbaut.

Forschungsmethodisch würde eine solche Lesart eine noch stärkere Orientierung an Alltagssituationen früher mathematischer Bildung bedingen, als dies bislang in den Ansätzen zur Erfassung situationsspezifischer Fähigkeiten oder der Performanz erfolgt. Es wäre beispielsweise denkbar, ausgehend von in Bild- oder Videovignetten festgehaltenen Alltagssituationen nicht nur die situationsspezifischen Fähigkeiten zu erfassen, sondern aus diesen auch die erforderlichen Wissens Elemente induktiv abzuleiten und so die Dispositionen ebenfalls näher an der Praxis zu erfassen (Levin et al., 2015 Kaufhold, 2006; Kaiser, 1998). Ein solches Vorgehen würde zwar weitere Entwicklungsarbeiten erforderlich machen und ebenfalls Grenzen bezogen auf die Generalisierbarkeit (Kane, 1992a) haben, wäre aber in einem nach wie vor wenig empirisch untersuchten Feld stärker an der Praxis und weniger an normativen Setzungen orientiert.

Auch für die Aus- und Weiterbildung würden derartige Entwicklungsarbeiten gute Anschlussmöglichkeiten bieten. Die Analyse des Forschungsstandes (vgl. Kapitel 1.3) hat gezeigt, dass Aus- und Weiterbildungskonzeptionen, die eine enge Verzahnung von theoretischen und praktischen Inhalten haben, nachhaltiger sind (z.B. Tsamir et al., 2014b; Cantürk-Günhan & Cetingöz, 2013; Tirosh et al., 2011). So gestaltete Aus- und Weiterbildungen könnten auf entsprechenden alltäglichen und als Bild- oder Videovignette verfügbaren Situationen aufbauen und hieraus die zugrunde liegenden fach- und fachdidaktischen Wissensanteile identifizieren. Dies könnte idealerweise gemeinsam mit den teilnehmenden Fachkräften erfolgen und so Ausgangspunkt für entsprechende Lernprozesse sein, wie es beispielsweise Tirosh et al. (2011) in ähnlicher Weise vorschlagen.

Unabhängig davon, welche kompetenztheoretischen Überlegungen zugrunde gelegt werden, zeigen sich für das noch junge Forschungsfeld der professionellen Kompetenz frühpädagogischer Fachkräfte im Bereich Mathematik eine Vielzahl von Forschungs- und Ent-

wicklungsaufgaben. Mit solchen Arbeiten können die bisher vorliegenden Befunde repliziert und erweitert werden. Hierzu gehören auch die im Rahmen dieser kumulativen Dissertation gezeigten Ergebnisse, mit denen erste empirische Hinweise dafür gegeben wurden, dass es sich bei professioneller Kompetenz frühpädagogischer Fachkräfte um ein komplexes, mehrdimensionales Konstrukt handelt. Dabei lag der Fokus auf kognitiven und motivational-affektiven Dispositionen sowie situationsspezifischen Fähigkeiten der Fachkräfte. Wichtig wäre es dabei, perspektivisch neben den oben genannten Aspekten der professionellen Kompetenz pädagogischer Fachkräfte im Bereich Mathematik auch die Bedeutung dieser für die Entwicklung mathematischer Interessen und Fähigkeiten der Kinder mit in den Blick zu nehmen. Alle Überlegungen, die die Entwicklung der professionellen Kompetenz betreffen, sollten letztlich dem Ziel dienen, dass die (mathematikdidaktisch) kompetent handelnden Fachkräfte die Interessen der Kinder möglichst gut erkennen und darauf eingehen bzw. weitere Angebote bereitstellen können, um so allen Kindern einer Gruppe, unabhängig von ihren individuellen und häuslichen Voraussetzungen, die Entwicklung von mathematischem Interesse und mathematischen Fähigkeiten und damit gute Voraussetzungen für das weitere Lernen von Mathematik zu ermöglichen. Dieser Zusammenhang zwischen der Kompetenz der Fachkräfte und der Entwicklung der Kinder wurde auch in den einleitend erwähnten Studien zur Qualität von Kindertageseinrichtungen teilweise in den Blick genommen (Tietze et al., 2013b; Sylva et al., 2004). Die Befunde deuten darauf hin, dass mit einer höheren formalen und inhaltlichen Qualifikation der Fachkräfte auch eine höhere mathematikbezogene Qualität der Einrichtungen und größere Entwicklungsfortschritte der Kinder einhergehen.

Die im Rahmen dieser kumulativen Dissertation und anderer Forschungsprojekte erzielten Ergebnisse können in die weitere Analyse des Zusammenhangs zwischen der Kompetenz der Fachkräfte und der mathematischen Entwicklung der Kinder einfließen und damit wichtige Befunde für die hohe Bedeutung frühpädagogischen mathematikdidaktischen Handelns liefern. Diese Befunde könnten einerseits weitere Belege für die Spezifika des frühpädagogischen mathematikdidaktischen Handelns, beispielsweise in Abgrenzung zum grundschulpädagogischen mathematikdidaktischen Handeln, geben und damit die Notwendigkeit einer zumindest partiell spezifischen Aus- und/ oder Weiterbildung in diesem Bereich belegen. Andererseits würden sie auch weitere Belege für die hohen Anforderungen an frühpädagogisches Handeln im Allgemeinen liefern und damit Forderungen nach angemessenen Rahmenbedingungen für frühe Bildung im Allgemeinen unterstützen. Angemessene Rahmenbedingungen wurden in den einleitend erwähnten Studien zur Qualität von Kindertageseinrichtungen als eine zentrale Schnittstelle für die Qualität identifiziert (Tietze et al., 2013b) und sind somit die

Grundlage dafür, dass überhaupt über mathematische Bildung bzw. Bildung in anderen Bildungsbereichen und die professionelle Kompetenz der Fachkräfte in diesen Bereichen nachgedacht werden kann.

Literaturverzeichnis

- Anders, Y. (2012). Modelle professioneller Kompetenzen für frühpädagogische Fachkräfte. Aktueller Stand und ihr Bezug zur Professionalisierung. Expertise zum Gutachten "Professionalisierung in der Frühpädagogik": Aktionsrat Bildung.
- Aubrey, C. (1994). An Investigation of Children's Knowledge of Mathematics at School Entry and the Knowledge their Teachers Hold about Teaching and Learning Mathematics, about Young Learners and Mathematical Subject Knowledge. *British Educational Research Journal*, 20(1), 105-120.
- Baer, M., Dörr, G., Fraefel, U., Kocher, M., Küster, O., Larcher, S., Müller, P., Sempert, W., & Wyss, C. (2007). Werden angehende Lehrpersonen durch das Studium kompetenter? – Kompetenzaufbau und Standarderreichung in der berufswissenschaftlichen Ausbildung an drei Pädagogischen Hochschulen in der Schweiz und in Deutschland. *Unterrichtswissenschaft*, 35(1), 15-47.
- Bartolini Bussi, M. G. (2011). Artefacts and utilization schemes in mathematics teacher education: place value in early childhood education. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 14, 93-112.
- Baumert, J., Artelt, C., Klieme, E., Neubrand, M., Prenzel, M., Schiefele, U., Schneider, W., Tillmann, K.-J., & Weiß, M. (2003). *PISA 2000 - Ein differenzierter Blick auf die Länder der Bundesrepublik Deutschland*. Opladen: Leske und Budrich.
- Baumert, J., Kunter, M., Blum, W., Brunner, M., Voss, T., Jordan, A., Klusmann, U., Krauss, S., Neubrand, M., & Tsai, Y.-M. (2010). Teachers' Mathematical Knowledge, Cognitive Activation in the Classroom and Student Progress. *American Educational Research Journal*, 47(1), 133-180.
- Benz, C. (2012). Attitudes of Kindergarten Educators about Math. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 33, 203-232.
- Blömeke, S. (2012). Kompetenzerfassung in der empirischen Bildungsforschung. Historische und disziplinäre Entwicklungen sowie die aktuelle Umsetzung in Studien. In M. Pfadenhauer & A. Kunz (Hrsg.), *Kompetenzen in der Kompetenzerfassung. Ansätze und Auswirkungen der Vermessung von Bildung*. (S. 18-38). Weinheim: Beltz.
- Blömeke, S., Gustafsson, J.-E., & Shavelson, R. (2015a). Beyond dichotomies: Competence viewed as a continuum. *Zeitschrift für Psychologie*, 223(1), 3-14.
- Blömeke, S., Kaiser, G., & Lehmann, R. (2010). *Professionelle Kompetenz angehender Lehrerinnen und Lehrer: Wissen, Überzeugungen und Lerngelegenheiten deutscher Mathematikstudierender und –referendare. Erste Ergebnisse zur Wirksamkeit der Lehrerbildung*. Münster: Waxmann.
- Blömeke, S., Busse, A., Kaiser, G., König, J., & Suhl, U. (re-submitted after revisions). On the Nature of Teacher Expertise: Modeling the Relations Between Knowledge, Perceptual Accuracy, and Speed. Re-submitted after revisions in *Teaching and Teacher Education*.
- Blömeke, S., Dunekacke, S., Jenßen, L., Suhl, U., Grassmann, M., & Wedekind, H. (im Druck). Leistungstests zur Messung der professionellen Kompetenz frühpädagogischer Fachkräfte. Im Druck in *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie*.
- Blömeke, S., Hoth, J., Döhrmann, M., Busse, A., Kaiser, G., & König, J. (2015b). Teacher Change During Induction: Development of Beginning Primary Teachers' Knowledge, Beliefs and Performance. *International Journal of Science and Mathematics Teacher Education*, 13, 287-308.
- Blömeke, S., König, J., Busse, A., Suhl, U., Benthien, J., Döhrmann, M., & Kaiser, G. (2014). Von der Lehrerbildung in den Beruf – Fachbezogenes Wissen als Voraussetzung für Wahrnehmung, Interpretation und Handeln im Unterricht. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft*, 17(3), 509-542.
- Bogard, K., Traylor, F., & Takanishi, R. (2008). Teacher education and PK outcomes: Are we asking the right questions? *Early Childhood Research Quarterly*, 23, 1-6.
- Bortz, J., & Döring, N. (2006). *Forschungsmethoden und Evaluation für Human- und Sozialwissenschaftler* (4. Aufl.). Heidelberg: Springer.

- Bos, W., Hornberg, S., Arnold, K.-H., Faust, G., Fried, L., Lankes, E.-M., Schwippert, K., & Valentin, R. (2007): IGLU 2006. Lesekompetenzen von Grundschulkindern in Deutschland im internationalen Vergleich. Münster: Waxmann
- Brendefur, J., Strother, S., Thiede, K., Lane, C., & Surges-Prokop, M. J. (2013). A Professional Development Program to Improve Math Skills Among Preschool Children in Head Start. *Early Childhood Education Journal*, 41, 187-195.
- Bruns, J. (2014). *Adaptive Förderung in der elementarpädagogischen Praxis. Eine empirische Studie zum didaktischen Handeln von Erzieherinnen und Erziehern im Bereich Mathematik*. Münster: Waxmann.
- Cantürk-Günhan, B., & Çetingöz, D. (2013). An examination of preschool prospective teachers' subject matter knowledge and pedagogical content knowledge on basic geometric shapes in Turkey. *Educational Research and Reviews*, 8(3), 93-103.
- Clarke, B. (2015). Assessing Young Children's Mathematical Understanding: Opportunities and Expectations at the Transition to School. In B. Perry, A. MacDonald & A. Gervasoni (Hrsg.), *Mathematics and Transition to School. International Perspectives*. (S. 31-45). Wiesbaden: Springer.
- Clements, D., & Sarama, J. (2011). Early childhood teacher education: the case of geometry. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 14, 133-148.
- Copley, J. V. (2004). The Early Childhood Collaborative: A Professional Development Model to Communicate and Implement the Standards. In D. H. Clements & J. Sarama (Hrsg.), *Engaging Young Children in Mathematics. Standards for Early Childhood Mathematics Education*. (S. 401-414). Mahwah: Erlbaum.
- Cronbach, L. J., & Meehl, P. E. (1955). Construct validity in psychological tests. *Psychological Bulletin*, 52, 281-302.
- Dahlberg, G. (2004). Kinder und Pädagogen als Co-Konstrukteure von Wissen und Kultur: Frühpädagogik in postmoderner Perspektive. In W. E. Fthenakis & P. Oberhuemer (Hrsg.), *Frühpädagogik international. Bildungsqualität im Blickpunkt*. (S. 13-30). Wiesbaden: VS.
- Diskowski, D. (2009). Bildungspläne für Kindertagesstätten - ein neues und noch unbegriffenes Steuerungsinstrument. In H.-G. Roßbach & P. Blossfeld (Hrsg.), *Frühpädagogische Förderung in Institutionen*. (S. 47-61). Wiesbaden: VS.
- Drieschner, E. (2010). Bildung als Selbstbildung oder Kompetenzentwicklung? Zur Ambivalenz von Kind- und Kontextorientierung in der frühpädagogischen Bildungsdebatte. In D. Gaus & E. Drieschner (Hrsg.), *'Bildung' jenseits pädagogischer Theoriebildung? Fragen zu Sinn, Zweck und Funktion der Allgemeinen Pädagogik* (S. 183-220). Wiesbaden: Springer.
- Duncan, G. J., Dowsett, C. J., Claessens, A., Magnuson, K., Huston, A. C., Klebanov, P., Pagani, L., Feinstein, L., Engel, M., Brooks-Gunn, J., Sexton, H., Duckworth, K., & Japel, C. (2006). School Readiness and later Achievement. *Developmental Psychology*, 43(6), 1428-1462.
- Dunekacke, S., Jenßen, L., Eilerts, K., & Grassmann, M. (under revision). Operationalisierung des mathematikbezogenen Wissens angehender frühpädagogischer Fachkräfte. In C. Streit, S. Schuler & G. Wittmann (Hrsg.), *Perspektiven mathematischer Bildung im Übergang vom Kindergarten zur Grundschule*.
- Dunekacke, S. (2015). Erfassung mathematikdidaktischer Kompetenz von angehenden Erzieherinnen und Erziehern - Theoretische Überlegungen und methodisches Vorgehen. In J. Stiller & C. Laschke (Hrsg.), *Berlin-Brandenburger Beiträge zur Bildungsforschung 2015, Herausforderungen, Befunde und Perspektiven interdisziplinärer Bildungsforschung*. (S. 106-121). Berlin: Peter Lang.
- Dunekacke, S., Jenßen, L., & Blömeke, S. (2015a). Effects of Mathematics Content Knowledge on Pre-school Teachers' Performance: a Video-Based Assessment of Perception and Planning Abilities in Informal Learning Situations. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 13, 267-286.
- Dunekacke, S., Jenßen, L., & Blömeke, S. (2015b). Mathematikdidaktische Kompetenz von Erzieherinnen und Erziehern. Validierung des KomMa-Leistungstests durch die videogestützte Erhebung von Performanz. *Zeitschrift für Pädagogik*, 61. Beiheft. 80-98.
- Dunekacke, S., Jenßen, L., Eilerts, K., & Blömeke, S. (2015c). Epistemological beliefs of prospective pre-school teachers and their relation to knowledge, perception and planning abilities in the field

- of mathematics: A process-model. *ZDM The International Journal on Mathematics Education*. DOI 10.1007/s11858-015-0711-6.
- Döge, P., Weyer, E., Resa, E., Eckhardt, A., Lee, H.-J., Agache, A., Flöter, M., Keller, H., Tietze, W., & Spieß, C. K. (2013). Untersuchungsanlage. In W. Tietze, F. Becker-Stoll, J. Bense, A. Eckhardt, G. Haug-Schnabel, B. Kalicki, H. Keller & B. Leyendecker (Hrsg.), *NUBBEK Nationale Untersuchung zur Bildung, Betreuung und Erziehung in der frühen Kindheit* (S. 21-35). Weimar: Verlag das Netz.
- Early, D., Maxwell, K., Burchinal, M., Bender, R., Ebanks, C., Henry, G., Iriando-Perez, J., Mashburn, A. J., Pianta, R. C., Alva, S., Bryant, D., Cai, K., Clifford, R. M., Griffin, J. A., Howes, C., Jeon, H.-J., Peisner-Feinberg, E., Vandergift, N., & Zill, N. (2007). Teachers' Education, Classroom Quality, and Young Children's Academic Skills: Results From Seven Studies of Preschool Programs. *Child Development*, 78(2), 558-580.
- Eichler, K.-P. (2007). Mathematik im Kindergarten: Kinderperspektive und Fachsystematik. *Mathematica didactica*, 30(2), 86-91.
- Eilerts, K. & Kolter, J. (under revision). Mathematisches Modellieren. Eine Kletterwand für Klasse 1 bis 6. Under revision in *Mathematik lehren*.
- European Commission, EACEA, Eurydice & Eurostat (2014). *Key Data on Early Childhood Education and Care in Europe. 2014 Edition*. Eurydice and Eurostat Report. Luxembourg: Publications Office of the European Union.
- Fellbrich, A., Müller, C., & Blömeke, S. (2008). Epistemological beliefs concerning the nature of mathematics among teacher educators and teacher education students in mathematics. *ZDM Mathematics Education*, 40, 763-776.
- Fellbrich, A., Schmotz, C., & Kaiser, G. (2010). Überzeugungen angehender Primarstufenlehrkräfte im internationalen Vergleich. In S. Blömeke, G. Kaiser & R. Lehmann (Hrsg.), *TEDS-M 2008 - Professionelle Kompetenz und Lerngelegenheiten angehender Primarstufenlehrkräfte im internationalen Vergleich*. (S. 297-325). Münster: Waxmann.
- Friedrich, G., de Galgoczy, V., & Schindelbauer, B. (2011). *Komm mit ins Zahlenland: Eine spielerische Entdeckungsreise in die Welt der Mathematik*. Freiburg: Herder.
- Flöter, M., Egert, F., Lee, H.-J., & Tietze, W. (2013). Kindliche Bildung und Entwicklung in Abhängigkeit von familiären und außerfamiliären Hintergrundfaktoren. In W. Tietze, F. Becker-Stoll, J. Bense, A. Eckhardt, G. Haug-Schnabel, B. Kalicki, H. Keller & B. Leyendecker (Hrsg.), *NUBBEK Nationale Untersuchung zur Bildung, Betreuung und Erziehung in der frühen Kindheit* (S. 107-137). Weimar: Verlag das Netz.
- Fröhlich-Gildhoff, K., Nentwig-Gesemann, I., & Pietsch, S. (2011). *Kompetenzorientierung in der Qualifizierung frühpädagogischer Fachkräfte*. München: Deutsches Jugendinstitut.
- Fthenakis, W. E. (2003). Zur Neukonzeptualisierung von Bildung in der frühen Kindheit. In W. E. Fthenakis (Hrsg.), *Elementarpädagogik nach PISA. Wie aus Kindertagesstätten Bildungseinrichtungen werden können*. (S. 18-37). Freiburg im Breisgau: Herder.
- Fuson, K. (1988). *Children's counting and Concepts of Number*. New York: Springer.
- Gasteiger, H. (2010). *Elementare mathematische Bildung im Alltag der Kindertagesstätte. Grundlegung und Evaluation eines kompetenzorientierten Förderansatzes*. Münster: Waxmann.
- Geiser, C. (2011). *Datenanalyse mit Mplus*. Wiesbaden: Springer.
- Gisbert, K. (2004). *Lernen lernen. Lernmethodische Kompetenzen von Kindern in Tageseinrichtungen fördern*. Weinheim: Beltz.
- Grigutsch, S., Raatz, U., & Törner, G. (1998). Einstellungen gegenüber Mathematik bei Mathematiklehrern. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 19, 3-45.
- Grotschollen, H. (2010). Rechtliche Grundlagen. In N. Norbert (Hrsg.), *Grundwissen Elementarpädagogik. Ein Lehr- und Arbeitsbuch*. (S. 93-104). Berlin: Cornelsen.
- Hartig, J., & Klieme, E. (2006). Leistung und Leistungsdiagnostik. In K. Schweizer (Hrsg.), *Leistung und Leistungsdiagnostik* (S. 127-143). Wiesbaden: Springer.
- Hartig, J., Frey, A., & Jude, N. (2012). Validität. In H. Moosbrugger & A. Kelava (Hrsg.), *Testtheorie und Fragebogenkonstruktion*, 2. Aufl. (S. 143 – 171). Heidelberg: Springer.
- Hasemann, K., & Gasteiger, H. (2014). Mathematiklernen im Übergang Kindergarten - Grundschule. In K. Hasemann & H. Gasteiger (Hrsg.), *Anfangsunterricht Mathematik* (S. 43-61). Berlin: Springer.

- Hattie, J. T. & Cooksey, R. W. (1984). Procedures for Assessing the Validities of Tests Using the "known-Groups" Method. *Applied Psychological Measurement*, 8(3), 295-305.
- Heckhausen, J., & Heckhausen, H. (2010). Motivation und Handeln: Einführung und Überblick. In J. Heckhausen & H. Heckhausen (Hrsg.), *Motivation und Handeln*. Berlin: Springer.
- Hentig, H. v. (1996). *Bildung: Ein Essay*. München: Hanser.
- Hu, L. & Bentler, P. M. (1999). Cutoff criteria for fit indexes in covariance structure analysis: Conventional criteria versus new alternatives. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, 6(1), 1-55.
- Hüttel, C. & Rathgeb-Schnierer, E. (2014). Lernprozessgestaltung in mathematischen Bildungsangeboten. In D. Kucharz, K. Mackowiak, S. Ziroli, A. Kauertz, E. Rathgeb-Schnierer, & M. Dieck (Hrsg.), *Professionelles Handeln im Elementarbereich (PRIMEL). Eine deutsch-schweizerische Videostudie* (S. 145-165). Münster: Waxmann.
- Inan, H. Z., & Dogan-Temur, O. (2010). Understanding kindergarten teachers' perspective of teaching Basic geometric shapes: a phenomenographics Studie. *ZDM Mathematics Education*, 42(5), 457-468.
- Jenßen, L., Dunekacke, S., & Blömeke, S. (in Vorbereitung). Das nomologische Netz des mathematischen Fachwissens angehender Erzieherinnen: Differenzielle Zusammenhänge mit Selbstwirksamkeit und Matheangst.
- Jenßen, L., Dunekacke, S., & Blömeke, S. (2015a). Qualitätssicherung in der Kompetenzforschung: Empfehlungen für den Nachweis von Validität in Testentwicklung und Veröffentlichungspraxis. *Zeitschrift für Pädagogik*, 61. Beiheft. 11-31.
- Jenßen, L., Dunekacke, S., Eid, M., & Blömeke, S. (2015b). The Relationship of Mathematical Competence and Mathematics Anxiety in prospective Pre-School Teachers-An Application of Latent State-Trait Theory. *Zeitschrift für Psychologie*, 223(1), 31-39.
- Jenßen, L., Dunekacke, S., Baack, W., Tengler, M., Koinzer, T., Schmude, C., Wedekind, H., Grassmann, M., & Blömeke, S. (2015c). KomMa: Kompetenzmodellierung und Kompetenzmessung bei frühpädagogischen Fachkräften im Bereich Mathematik. In B. Koch-Priewe, A. Köker, J. Seifried & E. Wuttke (Hrsg.), *Kompetenzerwerb an Hochschulen: Modellierung und Messung. Zur Professionalisierung angehender Lehrerinnen und Lehrer sowie frühpädagogischer Fachkräfte* (S. 59-79). Bad Heilbrunn: Klinkhardt.
- JMK & KMK (Jugendministerkonferenz & Kultusministerkonferenz). (Beschluss vom 03./04.06.2004). Gemeinsamer Rahmen der Länder für die frühe Bildung in Kindertageseinrichtungen., online verfügbar http://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2004/2004_06_04-Fruhe-Bildung-Kitas.pdf [20.07.15].
- Kaiser, A. (1998). Carte de competence: Wie lassen sich Kompetenzen feststellen? *Grundlagen der Weiterbildung-GdWZ*, 9(5), 199-201.
- Kaiser, G., Busse, A., Hoth, J., König, J., Blömeke, S. (2015). About the Complexities of Video-Based Assessments: Theoretical and Methodological Approaches to Overcoming Shortcomings of Research on Teachers' Competence. *International Journal of Science and Mathematics Teacher Education*, 13, 369-387.
- Kane, M. T. (1992a). An argument-based approach to validation. *Psychological Bulletin*, 112, 527 – 535.
- Kane, M. T. (1992b). The assessment of professional competence. *Evaluation & the Health Professions*, 15(2), 163-182.
- Kaufhold, M. (2006). *Kompetenz und Kompetenzerfassung. Analyse und Beurteilung von Verfahren der Kompetenzerfassung*. 1. Aufl. Wiesbaden: VS.
- Kaufmann, S. (2011). *Handbuch für die frühe mathematische Bildung*. Braunschweig: Schroedel.
- Kersting, N. B., Givvin, K. B., Sotelo, F. L., & Stigler, J. W. (2010). Teachers' Analyses of Classroom Video Predict Student Learning of Mathematics: Further Explorations of a Novel Measure of Teacher Knowledge. *Journal of Teacher Education*, 61(1-2), 172-181.
- Kieselhorst, M., Brée, S., & Neuß, N. (2013). *Beobachtung kindlicher Selbstbildungsprozesse. Deutungskompetenzen frühpädagogischer Fachkräfte*. Wiesbaden: Springer.
- Kirstein, N., Fröhlich-Gildhoff, K., & Haderlein, R. (2012). *Von der Hochschule an die Kita. Berufliche Erfahrungen von Absolventinnen und Absolventen kindheitspädagogischer Bachelorstudiengänge*. München: Deutsches Jugendinstitut.

- Klieme, E., & Hartig, J. (2008). Kompetenzkonzepte in den Sozialwissenschaften und im erziehungswissenschaftlichen Diskurs. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaften. Sonderheft 8: Kompetenzdiagnostik.*, 11-29.
- Klieme, E., Schümer, G., & Knoll, S. (2001). Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I: „Aufgabenkultur“ und Unterrichtsgestaltung. In Bundesministerium für Bildung und Forschung (Hrsg.), *TIMSS – Impulse für Schule und Unterricht. Forschungsbefunde, Reforminitiativen, Praxisberichte und Video-Dokumente* (S. 43-58). Bonn: BMBF.
- KMK (Kultusministerkonferenz). (2004). Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich: Beschluss vom 15.10.2004.
- König, J., & Lebens, M. (2012). Classroom Management Expertise (CME) von Lehrkräften messen: Überlegungen zur Testung mithilfe von Videovignetten und erste empirische Befunde. *Lehrerbildung auf dem Prüfstand*, 5(1), 3-29.
- Krajewski, K., Grübing, M., & Peter-Koop, A. (2009). Die Entwicklung mathematischer Kompetenzen bis zum Beginn der Grundschulzeit. In A. Heinze & M. Grübing (Hrsg.), *Mathematiklernen vom Kindergarten bis zum Studium. Kontinuität und Kohärenz als Herausforderung für den Mathematikunterricht.* (S. 17-34). Münster: Waxmann.
- Krajewski, K., & Schneider, W. (2009). Early development of quantity to numberword linkage as a precursor of mathematical school achievement and mathematical difficulties: Findings from a four-year longitudinal study. *Learning and Instruction*, 19, 513-526.
- Krauthausen, G. (1998). Allgemeine Lernziele im Mathematikunterricht der Grundschule. *Die Grundschulzeitschrift*, 119, 54-61.
- Kretschmann, R. (2004). Lesen, Schreiben, Rechnen - schon im Kindergarten? In I. Wehrmann (Hrsg.), *Kindergärten und ihre Zukunft* (S. 220-234). Weinheim: Beltz.
- Kron, F. W. (1991). *Grundwissen Pädagogik* (3. überarbeitete Auflage). München: Reinhardt.
- Kubinger, K. D. (2006). *Psychologische Diagnostik. Theorie und Praxis psychologischen Diagnostizierens*. Göttingen: Hogrefe.
- Laewen, H.-J. (2010). Was Bildung und Erziehung in Kindertageseinrichtungen bedeuten können. In H.-J. Laewen & B. Andres (Hrsg.), *Forscher, Künstler, Konstrukteure. Werkstattbuch zum Bildungsauftrag von Kindertageseinrichtungen.* (S. 33-69). Berlin: Cornelsen.
- Lee, K. (2010). *Kinder erfinden Mathematik: Das Konzept mit gleichem Material in großer Menge*. Weimar: Verlag das Netz.
- Levin, A., Meyer-Siever, K., & Gläser, J. (2015). Epistemologische Überzeugungen zur Mathematik von ErzieherInnen und PrimarstufenlehrerInnen im Vergleich. *Frühe Bildung*, 4(1), 17-24.
- Lindmeier, A. M., Heinze, A., & Reiss, K. (2013). Eine Machbarkeitsstudie zur Operationalisierung aktionsbezogener Kompetenz von Mathematiklehrkräften mit videobasierten Maßen. *Journal für Mathematikdidaktik*, 34(1), 99-119.
- Metzinger, A. (2009). Geschichte der Erzieherinnenausbildung als Frauenberuf. In L. Fried & S. Roux (Hrsg.), *Pädagogik der frühen Kindheit. Handbuch und Nachschlagewerk*, 2. Aufl. (S. 348-358). Berlin: Cornelsen.
- Müller, K., Gartmeier, M., & Prenzel, M. (2013). Kompetenzorientierter Unterricht im Kontext nationaler Bildungsstandards. *Bildung und Erziehung*, 66(2), 127-144.
- Muthén, L. K., & Muthén, B. O. (2007). *MPlus User's Guide. Fifth Edition*. Los Angeles: Muthén & Muthén.
- NICHD (2002). Early Child Care and Children's Development Prior to School Entry: Results from the NICHD Study of Early Child Care. *American Educational Research Journal*, 39(1), 133-164.
- Peter-Koop, A. (2009). Orientierungspläne Mathematik für den Elementarbereich - ein Überblick. In A. Heinze & M. Grübing (Hrsg.), *Mathematiklernen vom Kindergarten bis zum Studium. Kontinuität und Kohärenz als Herausforderung für den Mathematikunterricht.* (S. 47-52). Münster: Waxmann.
- Pitta-Pantazi, D., & Christou, C. (2011). The structure of prospective kindergarten teachers' proportional reasoning. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 14, 149-169.
- Prenzel, M., Heidemeier, H., Ramm, G., Hohensee, F. & Ehmke, T. (2004). Soziale Herkunft und mathematische Kompetenz. In PISA-Konsortium Deutschland (Hrsg.), *PISA 2003. Der Bildungsstand der Jugendlichen in Deutschland - Ergebnisse des zweiten internationalen Vergleichs* (S. 273-278). Münster: Waxmann.
- Resnick, L. B. (1989). Developing mathematical knowledge. *American Psychologist*, 44(2), 162-169.

- Rindermann, H. (2008): International vergleichende Schulleistungs- und Intelligenzstudien: Worauf sind die Unterschiede zwischen Staaten zurückführbar? Versuch einer Erklärung unter ausschließlicher Berücksichtigung von Bildungsmerkmalen. *Empirische Pädagogik* 22(1), 17-48.
- Schaub, H., & Zenke, K. G. (1997). *Wörterbuch Pädagogik*, 2. Auflage. München: Deutscher Taschenbuch Verlag.
- Schuler, S. (2013). *Mathematische Bildung im Kindergarten in formal offenen Situationen - eine Untersuchung am Beispiel von Spielen zum Erwerb des Zahlbegriffs*. Münster: Waxmann.
- Schuler, S., & Wittmann, G. (2009). Forschung zur frühen mathematischen Bildung - Bestandsaufnahme und Konsequenzen. *Beiträge zum Mathematikunterricht*. Online verfügbar <https://eldorado.tu-dortmund.de/bitstream/2003/31399/1/098.pdf> [20.07.15].
- Schuler, S., Pelzer, M., Wittkowski, A., & Wittmann, G. (under revision). Zwischen Interessen des Kindes und Schulvorbereitung – Überzeugungen von ErzieherInnen zu mathematischer Bildung im Kindergarten und im Übergang zur Grundschule.
- Schäfer, G. E. (1995). Dimensionen frühkindlicher Bildung. In G. E. Schäfer (Hrsg.), *Bildungsprozesse im Kindesalter. Selbstbildung, Erfahrung und Lernen in der frühen Kindheit*. (S. 17-29). Weinheim: Juventa.
- Schäfer, G. E. (2004). Beobachten und Dokumentieren. *Jugendhilfe aktuell*, 3, 53-57.
- Schäfer, G. E. (2008). Bildung in der frühen Kindheit. In W. Thole, H.-G. Roßbach, M. Fölling-Albers & R. Tippelt (Hrsg.), *Bildung und Kindheit. Pädagogik der Frühen Kindheit in Wissenschaft und Lehre*. (S. 125-139). Opladen: Budrich.
- Schäfer, G. E. (2011). Was ist Erfahrungslernen? Überlegungen zu einer Pädagogik des Innehaltens. In R. Henneberg, L. Klein & G. Schäfer (Hrsg.), *Das Lernen der Kinder begleiten. Bildung - Beziehung - Dialog. Ein Fotoband*. (S. 13-24). Seelze: Kallmeyer in Verbindung mit Klett.
- Seidel, T., & Prenzel, M. (2007). Wie Lehrpersonen Unterricht wahrnehmen und einschätzen – Erfassung pädagogisch-psychologischer Kompetenzen mit Videosequenzen. In M. Prenzel, I. Gogolin & H.-H. Krüger (Hrsg.), *Kompetenzdiagnostik. (Sonderheft 8)*. (S. 201-216). Wiesbaden: Springer.
- Shulman, L. (1986). Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Speth, C. (2010). *Akademisierung der Erzieherinenausbildung? Beziehung zur Wissenschaft*. Wiesbaden: Springer.
- Sozialgesetzbuch VIII. (1990). Sozialgesetzbuch VII in der Bekanntmachung vom 11. September 2012 (BGBl. I S.2022), zuletzt geändert durch Artikel 2 Absatz 8 am 21. Januar 2015 (BGBl. I S. 10).
- Star, J. R., & Strickland, S. K. (2008). Learning to observe: Using video to improve preservice mathematics teachers' ability to notice. *Journal for Mathematics Teacher Education*, 11(2), 107-125.
- Steffensky, M., Gold, B., Holdynski, M., & Möller, K. (2015). Professional vision of Classroom Management and Learning Support in Science Classrooms – Does Professional Vision Differ Across General and Content-Specific Classroom Interactions? *International Journal of Science and Mathematics Teacher Education*, 13, 351-368.
- Stern, E. (1998). *Die Entwicklung mathematischen Verständnisses im Kindesalter*. Lengerich: Papst.
- Sylva, K., Melhuish, E., Sammons, P., Siraj-Blatchford, I., & Taggart, B. (2004). *The Effective Provision of Pre-School Education (EPPE) Project: Final Report. A Longitudinal Study Funded by the DfES 1997-2004*. London: Evidence & Research.
- Sylva, K., Melhuish, E., Sammons, P., Siraj-Blatchford, I., & Taggart, B. (2011). Pre-school Quality and educational outcomes at Age 11: Low Quality has Little benefit. *Journal of Early Childhood Research*, 9(2), 109-124.
- Thiel, O. (2010). Teachers' attitudes towards mathematics in early childhood education. *European Early Childhood Education Research Journal*, 18(1), 105-115.
- Thonhauser, J. (2007). Lehrer/-innen handeln situationsspezifisch. In A. Gastager, T. Hascher & H. Schwetz (Hrsg.), *Pädagogisches Handeln: Balance zwischen Theorie und Praxis. Beiträge zur Wirksamkeitsforschung in pädagogisch-psychologischem Kontext. Erziehungswissenschaft, Bd. 24*. (S. 47-60). Landau: VEP.

- Tietze, W., Becker-Stoll, F., Bensel, J., Eckhardt, A., Haug-Schnabel, G., Kalicki, B., Keller, H., & Leyendecker, B. (2013a). *NUBBEK Nationale Untersuchung zur Bildung, Betreuung und Erziehung in der frühen Kindheit*. Weimar: Verlag das Netz.
- Tietze, W., Lee, H.-J., Bensel, J., Haug-Schnabel, G., Aselmeier, M., & Egert, F. (2013b). Pädagogische Qualität in Kindertageseinrichtungen und Kindertagespflegestellen. In W. Tietze, F. Becker-Stoll, J. Bensel, A. Eckhardt, G. Haug-Schnabel, B. Kalicki, H. Keller & B. Leyendecker (Hrsg.), *NUBBEK Nationale Untersuchung zur Bildung, Betreuung und Erziehung in der frühen Kindheit* (S. 69-87). Weimar: Verlag das Netz.
- Tirosh, D., Tsamir, P., Levenson, E., & Tabach, M. (2011). From preschool teachers' professional development to children's knowledge: comparing sets. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 14, 113-131.
- Tirosh, D., Tsamir, P., Levenson, E., Barkai, R., & Tabach, M. (2014). Using Video as a tool for promoting inquiry among preschool teachers and didacticians of mathematics. *ZDM Mathematics Education*, 46, 253-266.
- Tresp, T., Stockheim, D., Koch, K., & Jungmann, T. (2014). Effekte mathematischer Prozessqualität sowie pädagogischer Professionalisierungsmaßnahmen auf die mathematischen Basiskompetenzen von Kindern in Kindertageseinrichtungen. *Empirische Sonderpädagogik*, 3, 227-242.
- Tsamir, P., Tirosh, D., Levenson, E., Tabach, M., & Barkai, R. (2015). Preschool Teachers' Knowledge and Self-Efficacy needed for Teaching Geometry: Are They Related? In B. Pepin & B. Roesken-Winter (Hrsg.), *From beliefs to dynamic affect systems in mathematics education. Exploring a mosaic of relationships and interactions*. (S. 319-337). Wiesbaden: Springer.
- Tsamir, P., Tirosh, D., Levenson, E., Barkai, R., & Tabach, M. (2014a). Early-years teachers' concept Images and concept definitions: triangles, circles, and cylinders. *ZDM Mathematics Education*.
- Tsamir, P., Tirosh, D., Levenson, E., Tabach, M., & Barkai, R. (2014b). Developing preschool teachers' knowledge of students' number conceptions. *International Journal of Mathematics Teacher Education*, 17, 61-83.
- Tsamir, P., Tirosh, D., Levenson, E., Tabach, M., & Barkai, R. (2012). Conceptualizing preschool teachers' knowledge and self-efficacy for teaching mathematics: The CAMTE framework. Online verfügbar http://cermat.org/poem2012/main/proceedings_files/Tirosh-POEM2012.pdf [20.07.15].
- van Es, E. A., & Sherin, M. G. (2006). Mathematics teachers' "learning to notice" in the context of a video club. *Teaching and teacher Education*, 24, 244-276.
- Vandell, D. L., Burchinal, M., Vandergrift, N., Belsky, J., Steinberg, L., & NICHD (2010). Do Effects of Early Child Care Extend to Age 15 Years? Results From the NICHD Study of Early Child Care and Youth Development. *Child Development*, 81(3), 737-756.
- Walter-Laager, C., Pfiffner, M., Bruns, J., & Schwarz, J. (2014). Beobachten und Dokumentieren. Basis zur chancengerechten Gestaltung des pädagogischen Alltags. In C. Walter-Laager, M. Pfiffner & K. Fasseing Heim (Hrsg.), *Vorsprung für alle. Erhöhung der Chancengerechtigkeit durch Projekte in der Frühpädagogik*. (S. 132-167). Bern: hep.
- Weinert, F. E. (2001). Leistungsmessung in Schulen. Weinheim: Beltz.
- Weinert, F. E., Schrader, F.-W., & Helmke, A. (1990). Unterrichtsexpertise: Ein Konzept zur Verringerung der Kluft zwischen zwei theoretischen Paradigmen. In L.-M. Alisch, J. Baumert & K. Beck (Hrsg.), *Professionswissen und Professionalisierung: Sonderband in Zusammenarbeit mit der Zeitschrift Empirische Pädagogik. (Braunschweiger Studien zur Erziehungs- und Sozialarbeit)* (S. 173-206). Braunschweig: Copy-Center Colmesee.
- Wittmann, E. C. (2003). Was ist Mathematik und welche pädagogische Bedeutung hat das wohlverstandene Fach für den Mathematikunterricht auch in der Grundschule. In M. Baum & H. Wielpütz (Hrsg.), *Mathematik in der Grundschule: Ein Arbeitsbuch*. (S. 18-46). Seelze: Kallmeyer.
- Wittmann, E.C. & Müller, G. (2002). *Das kleine Zahlenbuch: Band 1: Spielen und Zählen*. Seelze: Kallmeyer.
- Wittmann, G., Schuler, S., & Levin, A. (2015). *To what extent can kindergarten teachers and primary school teachers initiate and foster learning mathematics in typical situations?* Paper presented at the Ninth Congress of European Research in Mathematics Education (CERME 9), Prag.
- Wynn, K. (1992). Addition and subtraction by human infants. *Nature*, 358, 749-750.

Anhang

Anhang A: Tabelle 6: CFA Modelle der Konstrukte.....	70
Anhang B: Videobasiertes Instrument.....	71
Anhang C: Dunekacke, S. (2015).....	72
Anhang D: Dunekacke, S., Jenßen, L., Eilerts, K., & Grassmann, M. (2016).....	98
Anhang E: Dunekacke, S., Jenßen, L., & Blömeke, S. (2015).....	113
Anhang F: Dunekacke, S., Jenßen, L., & Blömeke, S. (2015).....	133
Anhang G: Dunekacke, S., Jenßen, L., Eilerts, K., & Blömeke, S. (2016).....	146

Anhang A

Tabelle 6: CFA Modelle der Konstrukte

Modell	Indikatoren	λ (SE)	Modellfit	Anmerkungen und Referenz
KomMa-Mathematiktest	<ul style="list-style-type: none"> • Zahlen und Operationen • Geometrie • Messen, Größen und Relationen • Daten, Kombinatorik und Wahrscheinlichkeit 	0.75 (0.05) 0.74 (0.05) 0.67 (0.04) 0.58 (0.06)	$\chi^2(2) = 1.87$, $p = 0.39$, RMSEA = 0.00, SRMR = 0.01, CFI = 1.00	<ul style="list-style-type: none"> • Indikatoren sind Itemparcel • (Dunekacke et al., 2015a, & c, vgl. Anhang E und G)
KomMa-Mathematikdidaktiktest I	<ul style="list-style-type: none"> • 12 Einzelitems 	0.26-0.49 (0.04-0.07)	$\chi^2(3) = 3.07$, $p = 0.38$, RMSEA = 0.01, SRMR = 0.04, CFI = 0.99	<ul style="list-style-type: none"> • (Dunekacke et al., 2015b, vgl. Anhang F)
KomMa-Mathematikdidaktiktest II⁷	<ul style="list-style-type: none"> • Testhälfte I • Testhälfte II 	0.67 (0.02) 0.72 (0.02)	$\chi^2(1) = 0.17$, $p = 0.68$, RMSEA = 0.00, SRMR = 0.03, CFI = 1.00	<ul style="list-style-type: none"> • Testhälften sind Itemparcel der 12 Einzelitems aus Modell I • (Dunekacke et al., 2015c, vgl. Anhang G)
Mathematikbezogene Überzeugungen	<ul style="list-style-type: none"> • Statische Orientierung • Prozessorientierung • Anwendungsorientierung 		$\chi^2(9) = 71.557$, $p = 0.00$, RMSEA = 0.14, SRMR = 0.09, CFI = 0.85	<ul style="list-style-type: none"> • Dreidimensionales Modell • Jeder Faktor besteht aus zwei Indikatoren • (Dunekacke et al., 2015c, vgl. Anhang F)
Videotest zur mathematikbezogenen Situationswahrnehmung	<ul style="list-style-type: none"> • Video 1 (Items zur Situationswahrnehmung) • Video 2 (Items zur Situationswahrnehmung) • Video 3 (Items zur Situationswahrnehmung) 	0.56 (0.05) 0.47 (0.04) 0.52 (0.04)	$\chi^2(3) = 3.07$, $p = 0.38$, RMSEA = 0.01, SRMR = 0.04, CFI = 0.99	<ul style="list-style-type: none"> • Indikatoren sind Itemparcel aller betreffenden Items eines Videos • (Dunekacke et al., 2015a, b, & c, vgl. Anhang E-G)
Videotest zur mathematikbezogenen Handlungsplanung	<ul style="list-style-type: none"> • Video 1 (Items zur Handlungsplanung) • Video 2 (Items zur Handlungsplanung) • Video 3 (Items zur Handlungsplanung) 	0.51 (0.04) 0.73 (0.04) 0.70 (0.03)	$\chi^2(2) = 4.85$, $p = 0.09$, RMSEA = 0.07, SRMR = 0.04, CFI = 0.98	<ul style="list-style-type: none"> • Indikatoren sind Itemparcel aller betreffenden Items eines Videos • (Dunekacke et al., 2015a, b, & c, vgl. Anhang E-G)

⁷ Die unterschiedliche Modellierung des mathematikdidaktischen Wissens ist darauf zurückzuführen, dass in der zweiten Studie (Dunekacke et al., 2015c, vgl. Anhang F) deutlich mehr Indikatoren geschätzt werden mussten (da zusätzlich das mathematische Fachwissen und die mathematikbezogenen Überzeugungen mit modelliert wurden), bei unveränderter Zahl der Teilnehmenden.

Anhang B

Auf dem hier eingefügten Datenträger sind die folgenden Dokumente hinterlegt. Der Datenträger ist aus Datenschutzgründen ausschließlich von den Gutachterinnen und Gutachtern der Dissertation zu öffnen. Weitere interessierte Leser können sich gern direkt an die Verfasserin wenden.

Erstens, das Testheft des videobasierten Tests, so wie es in der in Kapitel 3.1 beschriebenen Datenerhebung eingesetzt wurde. Das Testheft endet auf S. 35 mit dem Hinweis auf Teil 2 der Befragung. Dieser bestand aus dem Intelligenz-Struktur-Test-Screening (IST-Screening) und wurde separat an die Teilnehmenden ausgeteilt. *Zweitens*, die eingesetzten Videoclips, inklusive des Kontrollvideos (insgesamt vier Dateien). *Drittens*, eine PowerPoint Präsentation, mit der die Testsitzung in dem Teil strukturiert und inhaltlich unterstützt wurde, in dem die mathematikbezogene Handlungsplanung erfasst wird. *Viertens*, ein exemplarischer Codierleitfaden. Dieser bezieht sich auf die Fragen zur mathematikbezogenen Situationswahrnehmung und das zweite Video. Der Leitfaden wurde von der Autorin unter Berücksichtigung der Ergebnisse aus der Expertenbefragung entwickelt und im Rahmen der Bachelorarbeit von Sina Ems⁸ noch einmal anhand der aktuellen Fachliteratur validiert. Diese Validierung hat den ursprünglichen Leitfaden bestätigt.

⁸ Vgl. Ems, S. (2015). *Beitrag zur Erarbeitung eines Kategoriensystems zur Erfassung der mathematikdidaktischen Situationswahrnehmung von angehenden ErzieherInnen im Größenbereich der „Länge“*. Unveröffentlichte Bachelorarbeit. Humboldt-Universität zu Berlin: Berlin.

Anhang C

Dunekacke, S. (2015). Erfassung mathematikdidaktischer Kompetenz von angehenden Erzieherinnen und Erziehern - Theoretische Überlegungen und methodisches Vorgehen. In J. Stiller & C. Laschke (Hrsg.), *Berlin-Brandenburger Beiträge zur Bildungsforschung 2015, Herausforderungen, Befunde und Perspektiven interdisziplinärer Bildungsforschung*. (S. 106-121). Berlin: Peter Lang.

Erfassung mathematikdidaktischer Kompetenz von angehenden Erzieherinnen und Erziehern – Theoretische Überlegungen und methodisches Vorgehen

Simone Dunekacke

Humboldt-Universität zu Berlin

Zusammenfassung

Der vorliegende Beitrag stellt ein Promotionsvorhaben an der Humboldt-Universität zu Berlin vor, bei dem professionelle Kompetenz von angehenden Erzieherinnen und Erziehern im Bereich der Mathematikdidaktik mit Hilfe von Videovignetten erfasst werden soll. Neben der Relevanz der Fragestellung und theoretischen Überlegungen liegt der Schwerpunkt des Beitrags auf dem Forschungsdesign und der Auswahl von Videoclips zur Erfassung der professionellen Kompetenz.

Abstract

This article presents a dissertation project at the Humboldt-Universität zu Berlin. Its aim is to examine professional competence of prospective preschool teachers in the field of mathematics pedagogical content knowledge via video-based assessment. Besides the relevance of the topic and theoretical considerations, the focus of the article is on research design and the choice of video clips to capture the professional competence.

Einleitung und Relevanz der Fragestellung

Forschungsdesiderat im Bereich der Professionalisierung von Erzieherinnen und Erziehern Der Kindergarten galt in Deutschland lange Zeit primär als eine Betreuungs- und Erziehungseinrichtung, in der Lernen und Bildung nur eine sekundäre Rolle zukam (Laewen, 2009). Dieses spiegelte sich auch in der Forschung zu vorschulischen Lern- und Bildungsprozessen wider und zur Professionalisierung von Erzieherinnen und Erziehern (Fried & Roux, 2009a). Bisherige Untersuchungen haben dabei meist die Einstellungen zu verschiedenen Aspekten des Berufes und zur kindlichen Entwicklung in den Blick genommen.

Mit den zunehmenden Erkenntnissen über die Lern- und Bildungsprozesse vor der Schule, sind auch einzelne Bildungsbereiche wie beispielsweise sprachliche, mathematische oder musisch-ästhetische Bildung stärker ins Blickfeld gerückt. Insgesamt kann festgehalten werden, dass Kinder der Mathematik schon sehr früh begegnen, ihr aufgeschlossen und

interessiert gegenüber stehen und die frühen mathematischen Fähigkeiten zentral für den späteren Schulerfolg sind (Kornmann, 2010; Krajewski & Schneider, 2009). Gleichzeitig deuten die bisherigen Studien auch darauf hin, dass Lern- und Bildungsprozesse gerade im vorschulischen Alter auf die Begleitung durch erwachsene Bezugspersonen angewiesen sind. Dies gilt gerade für mathematische Lernprozesse. Van Oers (2009) führt hierzu folgendes aus: *„The emergence of mathematical thinking in young children is a culturally guided process, wherein mathematical meaning can be assigned to (spontaneous) actions of the child. These actions can be further developed through collaborative problem solving with more knowledgeable others in the context of activities that make sense to the children“* (S. 34). Damit stellt van Oers zwei Dinge heraus, die auch im Kontext des hier vorgestellten Dissertationsvorhabens von besonderer Bedeutung sind. Zum einen verweist er explizit darauf, dass mathematische Lernprozesse im Alter von drei bis sechs Jahren zu einem überwiegenden Anteil in Situationen des täglichen Lebens bzw. des Spiels stattfinden und nicht primär auf vorbereitete Angebote angewiesen sind. Zum anderen verweist das Zitat auf die besondere Bedeutung von Bezugspersonen, die über Impulse und Anregungen den mathematischen Sinn der Situation mit den Kindern gemeinsam herausarbeiten müssen. Zu diesen Bezugspersonen gehören, gerade wenn der Blick auf den zunehmenden Ausbau der Kindertagesbetreuung gerichtet wird, auch Erzieherinnen und Erzieher.

Die Integration der Lernprozesse in den Alltag bzw. das Erkennen entsprechender Lernprozesse als auch die Begleitung dieser Lernprozesse durch Anregungen und Impulse verlangt ein hohes Maß an mathematischer und mathematikdidaktischer Fähigkeit auf Seiten der Erzieherinnen und Erzieher (Gasteiger, 2010). Nationale (Fried & Roux, 2009b) als auch internationale (National Advisory Panel, 2008) Berichte deuten daraufhin, dass es bislang kaum Erkenntnisse darüber gibt, wie Erzieherinnen und Erzieher diese Aufgabe umsetzen, bzw. welche (Teil-) Kompetenzen dazu erforderlich sind. Aubrey (1994) arbeitet heraus, dass Lehrkräfte, die in der britischen Vorschulphase eingesetzt werden, im Bereich der mathematischen Bildung kaum adaptiv auf die Vorerfahrungen der Kinder eingehen und führt dies auf eine unzureichende Ausbildung der Lehrkräfte zurück. Auch Copley (2004) verweist auf die unzureichende Ausbildung der Erzieherinnen und Erzieher und weist zudem noch auf mögliche Probleme hin, die aus negativen Überzeugungen zur Mathematik entstehen können.

Einbettung in das Forschungsprojekt KomMa

Das Forschungsprojekt KomMa – Struktur, Niveau und Entwicklung professioneller Kompetenz von angehenden Erzieherinnen und Erziehern im Bereich Mathematik untersucht

die Frage, welche Kompetenzen Erzieherinnen und Erzieher benötigen, um Kinder im Bereich Mathematik zu fördern. KomMa⁹ legt dabei den Fokus auf die Ausbildung der Erzieherinnen und Erzieher, da diese als kritische Stelle für deren professionelle Kompetenz angesehen wird (Anders, 2012; National Advisory Panel, 2008; Copley, 2004; Aubrey, 1994).

Ausgehend von den beschriebenen Forschungsdesideraten zur Professionalisierung von Erzieherinnen und Erziehern bestand die erste Projektaufgabe in der Entwicklung eines anforderungsbezogenen Kompetenzstrukturmodells. Hierbei hat sich das interdisziplinäre Projektteam an bestehenden Erkenntnissen zur Struktur professioneller Kompetenz von Lehrkräften orientiert, wie es auch von Anders (2012) empfohlen wird. In Anlehnung an die Arbeiten von Shulman (1986) bezieht sich das entwickelte Kompetenzstrukturmodell insbesondere auf den Anteil der kognitiven Dispositionen an der Kompetenz (Weinert, 2001) und unterscheidet die drei Wissensfacetten mathematisches Fachwissen, mathematikdidaktisches und allgemeinpädagogisches Wissen sowie Überzeugungen zur Mathematik und selbstbezogene Überzeugungen (Dunekacke et al., 2013). Diese strukturellen Annahmen konnten für Lehrkräfte in verschiedenen Schulstufen und -fächern bereits repliziert werden (z.B. Blömeke, Kaiser & Lehmann, 2010; Baumert et al., 2003). Die inhaltliche Ausdifferenzierung der drei Wissensfacetten folgte einer qualitativen Analyse der Bildungspläne für Kindertageseinrichtungen und der einschlägigen Fachliteratur zur mathematischen Bildung in Kindertageseinrichtungen (Dunekacke et al., 2013). Hierdurch wurden sowohl die beruflichen Anforderungen als auch aktuelle wissenschaftliche Erkenntnisse berücksichtigt.

Um die Kompetenzstruktur bzw. deren Niveau und Entwicklung bei angehenden Erzieherinnen und Erziehern nicht nur theoretisch, sondern auch empirisch darzustellen, stellte das theoretisch entwickelte Kompetenzstrukturmodell die Basis für die Entwicklung von Forschungsinstrumenten zur Kompetenzerfassung dar. In erster Linie ist dies ein fachbezogener Leistungstest. Dieser Papier-und-Bleistift basierte Test erfasst mit Multiple-Choice-Items und einigen offenen Aufgaben die kognitiven Dispositionen in den drei Wissensfacetten. Insbesondere bei den offenen Items erfolgt für das mathematikdidaktische Wissen aber auch eine Annäherung an die Performanz, also das Anwenden des Wissens zur Bewältigung realer Probleme (Weinert, 2001). Neben dem Leistungstest wurden Fragebögen zur Erfassung der Überzeugungen und der Lerngelegenheiten im Bereich der Mathematik bzw. Mathematikdidaktik entwickelt.

⁹ KomMa ist ein Kooperationsprojekt der Humboldt-Universität zu Berlin und der Alice-Salomon Hochschule Berlin im Rahmen der Förderinitiative KoKoHS- Kompetenzmodellierung und Kompetenzmessung im Hochschulsektor. Das Projekt wird vom BMBF unter dem Förderkennzeichen FKZ 01PK11002A gefördert.

Die Verknüpfung des hier beschriebenen Promotionsvorhabens mit dem Projekt KomMa erfolgt dabei über den Bereich des mathematikdidaktischen Wissens. Die Arbeit versteht sich einerseits als weitere Ausdifferenzierung des mathematikdidaktischen Wissens, indem neben den kognitiven Dispositionen auch stärker performanzorientierte Variablen erfasst werden. Darüber hinaus kann dieser Schritt aber auch als ein Teilaspekt der Validierung des Leistungstests gesehen werden, indem dieser mit einem Kriterium in Bezug gesetzt wird, in diesem Fall der Fähigkeit der Erzieherinnen und Erzieher didaktisch adäquate Handlungsoptionen zu planen.

Theoretischer Hintergrund

Im Folgenden sollen theoretische Überlegungen zum zu Grunde liegenden Kompetenzbegriff sowie zu den beiden Kernelementen des Promotionsvorhabens, nämlich der Situationswahrnehmung und der Handlungsplanung gemacht werden.

Kompetenzverständnis

Weinert (2001) beschreibt als die Grundidee des Kompetenzbegriffs, dass Kompetenz der Transfer von Wissen in Handlungen bzw. die Bewältigung realer Probleme oder Situationen ist. Hierbei sieht er sowohl kognitive Fähigkeiten und Fertigkeiten, als auch motivational-affektive Facetten als bedeutsam an, die zusammen auch als Dispositionen bezeichnet werden. Ein weiterer wesentlicher Aspekt in der Definition von Weinert (2001) ist, dass die Dispositionen in unterschiedlichen Situationen zur erfolgreichen Bewältigung eingesetzt werden müssen. D.h. nur wenn eine Person in der Lage ist, verschiedene Situationen, die durch dieselbe Kompetenz bewältigt werden können, zu bewältigen, kann im Sinne von Weinert von einer kompetenten Person gesprochen werden.

Diese Überlegungen zum Kompetenzverständnis finden sich auch im theoretisch entwickelten „allgemeinem Kompetenzmodell in der Frühpädagogik“ (Fröhlich-Gildhoff, Nentwig-Gesemann & Pietsch, 2011) wieder (vgl. Abbildung 1).

„Dieser – oft in Sekundenbruchteilen ablaufende – Prozess ist prinzipiell einer (begleitenden und nicht selten nachträglichen) Rekonstruktion und (Selbst-) Reflexion zugänglich“ (Fröhlich-Gildhoff, Nentwig-Gesemann & Pietsch, 2011, S. 18). Diese Tatsache soll auch im hier vorgestellten Promotionsvorhaben genutzt werden. Betrachtet man das komplexe Gefüge von Alltagssituationen in Kindertagesstätten, so sollte bei der Erfassung der Kompetenz der dort tätigen Fachkräfte versucht werden, die Verbindung von Disposition und Performanz stärker zu berücksichtigen (Nentwig-Gesemann, Fröhlich-Gildhoff & Pietsch, 2011).

Der im Projekt KomMa entwickelte Leistungstest wird vor allem das Wissen der angehenden Erzieherinnen und Erzieher als Aspekt der Disposition erfassen (vgl. grau unterlegte Kästchen in Abbildung 1). Im Rahmen des hier vorgestellten Promotionsvorhabens soll darüber hinaus die Situationswahrnehmung, als ein weiterer kritischer Moment für die Durchführung einer Handlung, sowie die Handlungsplanung der angehenden Erzieherinnen und Erzieher, als erstem Schritt in Richtung der Performanz, in den Blick genommen werden (vgl. grau unterlegte Kästchen in Abbildung 1). Damit werden die grau unterlegten Felder in Abbildung 1 erhoben. Dies alles erfolgt nicht für eine generelle oder allgemeine berufliche Fachkompetenz, sondern, so wie es auch von Hartig und Klieme (2006) vorgeschlagen wird, domänenbezogen für den Bereich der Mathematikdidaktik.

Im Folgenden soll deswegen zunächst weiter ausgeführt werden, was in diesem Zusammenhang unter Situationswahrnehmung und Handlungsplanung verstanden wird und wie dies jeweils auf die Mathematikdidaktik bezogen werden kann. Im Weiteren wird dann auf die Entwicklung eines videogestützten Fragebogens zur Erfassung dieser beiden Variablen eingegangen

Situationswahrnehmung

Bereits in den Ausführungen von Fröhlich-Gildhoff, Nentwig-Gesemann und Pietsch (2011) wurde die besondere Bedeutung der Situationswahrnehmung hervorgehoben. Diese lässt sich auch in anderen Theorien finden (Thonhauser, 2007; Perrez, Huber & Geißler, 2001; Heckhausen & Heckhausen, 2006).

Thonhauser (2007) sieht eine Situation als einen Ausschnitt aus der Realität, der durch verschiedene Komponenten beschrieben werden kann. Die Frage, ob diese Komponenten objektiv beschreibbar oder nur subjektiv wahrnehmbar sind, wird dabei laut Thonhauser (ebd.) kontrovers diskutiert. Er kommt zu dem Ergebnis, dass es möglich ist, objektive Komponenten einer pädagogischen Situation zu identifizieren, welche jedoch durch die beteiligten Personen subjektiv wahrgenommen werden (ebd.). Thonhauser (2007) nennt dies das „subjektive

Re-Konstrukt“ der Situation, welches gemeinsam mit den individuellen Fähigkeiten und affektiven Voraussetzungen über die Handlung in der Situation entscheidet. Die Qualität der Wahrnehmung ist dabei von zentraler Bedeutung für die Qualität der pädagogischen Handlung. Er (ebd., S. 48) nennt dabei fünf objektive Komponenten einer Situation: (1) zeitliche Rahmenbedingungen, (2) räumliche Rahmenbedingungen, (3) normative Vorgaben, (4) soziale Rahmenbedingungen, (5) materielle Rahmenbedingungen.

Eine ähnliche Unterscheidung treffen auch Perrez, Huber und Geißler (2001). Sie unterscheiden zwischen den „objektiven Merkmalen einer Situation und ihrer subjektiven Repräsentation bzw. Bedeutung bei handelnden Personen“ (ebd.). Objektive Merkmale sind dabei solche, die durch fremde Beobachter in intersubjektiver Übereinstimmung ermittelt werden können, als Beispiele werden die räumliche Ausstattung oder der Schwierigkeitsgrad einer Aufgabe genannt (ebd.). Die Zuschreibung der subjektiven Bedeutungen hängt dabei im Wesentlichen von den bisherigen Erfahrungen der Person ab (ebd.), also im weitesten Sinne auch von deren Vorwissen. Dabei sollten professionelle Personen, zu denen Erzieherinnen und Erzieher in dieser Untersuchung gezählt werden, über eine differenzierte Wahrnehmung im Vergleich zu Laien verfügen (ebd.; von Eye, 1999). Auch Heckhausen und Heckhausen (2006) verweisen darauf, dass Situationen immer von den Akteuren wahrgenommen werden und erst durch die Wahrnehmung Handlungsanreize für die Akteure entstehen.

Die bisherigen Ausführungen zeigen also, dass eine Situation zwar anhand bestimmter Merkmale objektiv beschrieben werden kann, dass diese jedoch von den beteiligten Akteuren subjektiv interpretiert und für den weiteren Verlauf der Situation interpretiert werden. Ebenfalls wurde deutlich, dass eine genauere Wahrnehmung die Adaptivität der Handlungen erhöhen kann (jedoch nicht muss) und dass die Qualität der Wahrnehmungen auch von den Erfahrungen der Akteure abhängt. Da der Situationswahrnehmung eine entscheidende Funktion für die pädagogische Interaktion zukommt, ist sie eine der zentralen Variablen dieser Arbeit. Von den Erzieherinnen und Erziehern sollen dabei allgemein-pädagogische als auch mathematikdidaktische Aspekte der Situation beschrieben werden, die zu den von Thonhauser (2007) und Perrez, Huber und Geißler (2001) beschriebenen objektiv wahrnehmbaren Merkmalen der Situation gehören.

Handlungsplanung

Handeln wird in einigen Veröffentlichungen als ein zentrales Moment bei der Erfassung und Bewertung von Kompetenzen gesehen, wobei die Bewertung der Kompetenz dann anhand externer Kriterien erfolgen muss (Kaufhold, 2006; Weiß, 1999). Kaufhold (2006) macht

dies daran fest, dass Kompetenzen als Dispositionen nicht direkt beobachtet werden können, sondern nur durch das Schließen aus der Handlung, also der Performanz der Person, interpretativ gezeigt werden können. Dies kann nach Weiß (1999) bei komplexen Situationen zu Problemen führen, da diese nicht immer eindeutig bewertbar sind. Auch Kaiser (1998) schlägt eine Kompetenzerfassung über Handlungen in konkreten Situationen vor. Kaiser (ebd.) regt deswegen ein quasi induktives Vorgehen an, bei dem von einer gegebenen Situation ausgegangen wird und im Nachhinein festgelegt wird, welche Kompetenzen zur Bewältigung dieser Situation erforderlich sind. Die von ihm beschriebenen Verfahren geben dabei nach seiner Ansicht zuerst Auskunft über die Performanz einer Person und nicht über deren Kompetenz (Kaufhold, 2006; Kaiser, 1998).

Bereits bei Fröhlich-Gildhoff, Nentwig-Gesemann und Pietsch (2011) zeigt sich dabei, dass Handlung ein Prozess ist, der aus mehreren unterschiedlichen Phasen besteht. Dieses wird auch deutlich, wenn weitere Handlungsmodelle herangezogen werden. Widulle (2009) arbeitet dabei für pädagogische Tätigkeitsfelder heraus, dass dies Zielorientierung, Wissensbasierung, Vernetzung und Dialog sind (ebd.). Widulle (2009) hebt hervor, dass pädagogisches Handeln immer rational und reflektiert erfolgen sollte und in der theoretisch fundierten Bewältigung von Problemen besteht. Die handelnde Person kann dabei über ihre „internen Prozesse, Sinn- und Bedeutungsstrukturen (...) Auskunft geben und sich verständigen“ (Widulle, 2009). Das „Grundmodell der vollständigen Handlung“ (Gudjons, 2008) kann dabei nach Widulle (2009) als Basismodell der Handlungstheorien gesehen werden. Auch hier werden drei Hauptphasen der Handlung unterschieden, nämlich eine Planungs-, eine Realisations- und eine Kontrollphase (ebd.). Dies entspricht im Wesentlichen auch den Phasen, die Fröhlich-Gildhoff, Nentwig-Gesemann und Pietsch (2011) im Kompetenzmodell der Frühpädagogik vorschlagen. Auch Wild und Krapp (2001) schlagen ein Prozessmodell für pädagogisch-psychologische Handlungen vor, bei dem sie zwischen einer Vorbereitungs- und einer Durchführungsphase, die auch die Kontrolle enthält, unterscheiden. Zur Vorbereitungsphase gehört dabei in beiden Ansätzen die Entscheidung über Handlungsziele und Handlungsmöglichkeiten zur Zielerreichung (Wild & Krapp, 2001; Gudjons, 2008).

Diese Planungsphase soll auch Gegenstand der hier vorgestellten empirischen Untersuchung sein. Die Entscheidung, sich auf die Handlungsplanung zu beschränken, ist dabei vor allem unter forschungspragmatischen Gesichtspunkten zu sehen. Dies ist auf die Zielgruppe der Untersuchung, Erzieherinnen und Erzieher in der Ausbildung, zurückzuführen. Diese sind nur temporär und sehr unterschiedlich in den Einrichtungen, so dass eine Beobachtung beispielsweise in der Realisierungsphase der Handlung organisatorisch schwierig gewesen wäre.

In der Operationalisierung wird der Fokus darüber hinaus auf die Auswahl geeigneter Handlungsmethoden bzw. -alternativen gelegt. Damit wird ein wesentlicher Aspekt, die Zielorientierung, außer Acht gelassen bzw. durch die Aufgabenformulierung vorgegeben. Hier erfolgt die Fokussierung, dass die geplante Handlung mathematikdidaktisch ausgewählt werden soll bzw. die mathematischen Potenziale der Situation weiter aufgreifen soll. Diese Entscheidung ist mit der Vergleichbarkeit der Antworten zwischen den einzelnen Erzieherinnen und Erziehern zu begründen. Die Erzieherinnen und Erzieher haben unter Umständen nur sehr wenige Lerngelegenheiten im Bereich der Mathematikdidaktik, so dass sie das mathematische Potenzial der gezeigten Situationen unter Umständen gar nicht oder nur teilweise nutzen würden. Durch die Zielvorgabe in der Aufgabenformulierung sollen für die Erzieherinnen und Erzieher ähnliche Ausgangsbedingungen gewährleistet werden.

Im Folgenden sollen nun zentrale Forschungsfragen dargelegt werden, bevor auf das methodische Vorgehen und die Auswahl von geeigneten Situationen eingegangen wird.

Forschungsfragen und -ziele

Die Arbeit verfolgt zwei Hauptforschungsfragen: (1) Können Kompetenzen bereits während der Ausbildung handlungsnäher erfasst werden, indem der Fokus auf die Handlungsplanung der angehenden Erzieherinnen und Erzieher gerichtet wird? (2) Sind das mathematikdidaktische Wissen und/ oder die Fähigkeit zur Situationswahrnehmung der angehenden Erzieherinnen und Erzieher Prädiktoren für deren Handlungsplanung?

Ziel der ersten Frage ist die Entwicklung eines videogestützten Fragebogens, mit dem sowohl die Fähigkeit zur Situationswahrnehmung als auch zur Handlungsplanung der Erzieherinnen und Erzieher erfasst werden kann. Die handlungsnähere Erfassung der Kompetenz wird dabei im Vergleich zur stark an den Dispositionen orientierten Erfassung mit dem paper-pencil basierten Leistungstest betrachtet. Dabei kann geprüft werden, inwieweit der Einsatz von handlungsorientierteren Instrumenten im Rahmen einer stark theoriegeleiteten Ausbildung zu sinnvollen und belastbaren Ergebnissen führen kann.

Mit diesem Instrument sollen dann Daten erhoben werden, die die Prüfung der in der zweiten Frage aufgestellten These erlauben. Die Prüfung erfolgt dabei in einem Strukturgleichungsmodell (vgl. Abbildung 2). Dabei werden zwei konkurrierende Modelle miteinander verglichen, die sich beide in Abbildung 1 wiederfinden. Elemente der empirischen Erhebung werden das mathematikdidaktische Wissen, die Situationswahrnehmung und die Handlungsplanung sein.

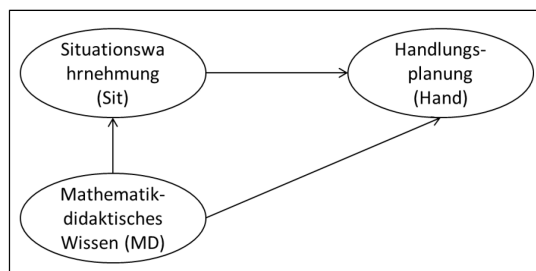


Abbildung 2: Strukturgleichungsmodell

Im ersten Modell wird ein direkter Effekt des Wissens auf die Handlungsplanung und ein indirekter Effekt des Wissens auf die Handlungsplanung, vermittelt über die Situationswahrnehmung, angenommen (vgl. Fröhlich-Gildhoff, Nentwig-Gesemann & Pietsch, 2011). Im zweiten Modell wird lediglich der indirekte Effekt des Wissens auf die Handlungsplanung, welcher über die Situationswahrnehmung erfolgt, angenommen. Dieses Modell lässt sich mit den theoretischen Annahmen zu Situationswahrnehmung und Handlungsplanung begründen (vgl. Thonhauser, 2007; Perez, Huber & Geißler, 2001).

In diesem Beitrag soll Frage (1) im Mittelpunkt stehen. Deswegen wird im Folgenden auf den Einsatz von Videovignetten im Rahmen der Unterrichtsforschung eingegangen, bevor das Forschungsdesign des Promotionsvorhabens dargestellt wird.

Methodisches Vorgehen

Videoeinsatz zur Erhebung handlungsnaher Kompetenzen

Videos werden in der schulbezogenen Unterrichtsforschung bereits seit längerer Zeit eingesetzt. Sie werden dabei sowohl zu Forschungszwecken (König & Lebens, 2012; Baer et al., 2007, Seidel & Prenzel, 2007) als auch in einer Kombination als Forschungsinstrument und Lehr-Lern-Methode eingesetzt (Darling-Hammond, 2006; Santagata & Guarino, 2011). Über alle Autoren hinweg wird dabei hervorgehoben, dass die Videos eine standardisierte aber dennoch kontext- und situationsbezogene Kompetenzerfassung ermöglichen.

Baer et al. (2007) setzen, ebenfalls neben verschiedenen anderen Erhebungsinstrumenten, die jeweils eigene Facetten der professionellen Kompetenz erfassen, einen sog. Videotest ein, mit dem sie die Kompetenz „Unterrichtsqualität beurteilen“ (ebd.) erfassen. Baer et al. (ebd.) arbeiten dabei mit drehbuchbasierten Videoclips, in denen die Lehrerinnen und Lehrer Fehler finden müssen und alternative Handlungsmöglichkeiten für die Lehrperson vorschlagen sollen. Die Beurteilung der erbrachten Leistungen erfolgt dabei über das Verfahren der Fremdbeurteilung (ebd.). Auch Baer et al. (ebd.) sehen den Vorteil des Videoeinsatzes darin, dass „verschiedene unterrichtliche Verhaltensweisen und Aktivitäten wiedergegeben werden“ (ebd.) können und so dieselbe Unterrichtssituation durch verschiedene Lehrerinnen und Leh-

rer analysiert und beurteilt werden kann (ebd.). Auch Seidel und Prenzel (2007) erfassen mit Hilfe von Videovignetten unterrichtsbezogene Analysekompetenzen von angehenden und erfahrenen Lehrkräften. Sie heben hervor, dass mit dem Einsatz von Videos eine höhere Situationsspezifität zu erreichen ist, welche zwingend erforderlich ist, wenn bei der empirischen Erhebung berufsbezogene Anforderungen berücksichtigt werden sollen (ebd.). Einen weiteren Vorteil sehen Seidel und Prenzel (2007) darin, dass mit dem Einsatz von Videos nicht nur das Wissen erfasst werden kann. Darüber hinaus berichten Seidel und Prenzel (ebd.), dass die Arbeit mit Videos bei allen Lehrerinnen und Lehrern auf große Akzeptanz getroffen sei. Dies ist umso bemerkenswerter, als nach Einschätzung der Autoren eine Ursache für den unzureichenden Forschungsstand bei professionellen Kompetenzen in der mangelnden Akzeptanz von Papier-und-Bleistift basierter Testverfahren zu sehen ist (ebd.). Diese Annahme kann sicherlich bis zu einem gewissen Grad auch für angehende Erzieherinnen und Erzieher übernommen werden, wobei die Frage der Akzeptanz hier noch zu klären ist. König und Lebens (2012) nennen ebenfalls die von den übrigen Autoren genannten Vorteile beim Einsatz von Videos. Sie führen aber darüber hinaus aus, dass neben dem methodischen Gewinn, der mit diesen Vorteilen in erster Linie beschrieben wird, auch ein inhaltlicher Vorteil gegeben sein muss. Für das von König und Lebens (2012) untersuchte Konstrukt der Classroom Management Expertise (CME) arbeiten sie dies exemplarisch heraus. CME setzt nach Ansicht der Autoren die unterrichtlichen Anforderungen „Wahrnehmen“ und „Handlungen rechtfertigen“ voraus (ebd.). Diese sollten sich wiederum zwischen Novizen und Experten in verschiedenen Dimensionen der kognitiven Anforderungen unterscheiden, nämlich der Genauigkeit der Wahrnehmung, der Rekonstruktion, Antizipation und Rechtfertigung von Handlungen.

Wenngleich der Einsatz von Videos von verschiedenen Autoren positiv bewertet wird, weil er eine situations- und kontextbezogenere Erfassung der Kompetenz ermöglicht, kann nicht davon ausgegangen werden, dass die so gefundenen Ergebnisse über alle pädagogischen Situationen hinweg generalisierbar sind. Dies wäre laut Kane (1992) nur dann möglich, wenn die Erzieherinnen und Erzieher in allen denkbaren Situationen beobachtet werden würden. Seidel, Blomberg und Stürmer (2010) heben deswegen hervor, dass der Auswahl der eingesetzten Videos eine besondere Bedeutung zukommt und diese beispielsweise durch den Einbezug von Expertinnen und Experten abgesichert werden muss.

Im Folgenden soll nun dargestellt werden, wie der Einsatz von Videos in dem hier vorgestellten Promotionsvorhaben erfolgt und welche weiteren Instrumente eingesetzt werden. Im Anschluss daran wird die Auswahl der eingesetzten Videos mit Hilfe einer Expertenbefragung vorgestellt.

Forschungsdesign und eingesetzte Instrumente

Die angehenden Erzieherinnen und Erzieher werden in den Klassenverbänden der Ausbildungsinstitutionen befragt. Angestrebt ist eine Stichprobe von $N = 300$ angehenden Erzieherinnen und Erziehern im letzten und vorletzten Ausbildungsjahr. Die Stichprobenziehung erfolgt in den Großräumen Berlin/ Brandenburg und Bremen/ Niedersachsen. Da die Daten gemeinsam mit einem weiteren Promotionsvorhaben erhoben werden, sind insgesamt drei Messzeitpunkte mit jeweils ca. 90 Minuten Test- und Befragungszeit erforderlich. Auf diese Weise stehen neben den bereits beschriebenen Daten zum mathematikdidaktischen Wissen (t2), zur Situationswahrnehmung und Handlungsplanung (t3) verschiedene andere Informationen zur Verfügung, die als erklärende Variablen mit berücksichtigt werden können (z.B. mathematisches Fachwissen, Überzeugungen zur Mathematik, Lerngelegenheiten in der Ausbildung usw. (alle t1), allgemeine kognitive Grundfähigkeiten (t3)). Das mathematikdidaktische Wissen wird dabei über den im Projekt KomMa entwickelten Leistungstest erhoben. Der Test besteht aus 36 Multiple-Choice- und offenen Items. Zwischen t2 und t3 lag ein zeitlicher Abstand von 2-3 Tagen bis zu einer Woche.

Die Daten zur Situationswahrnehmung und Handlungsplanung werden mit Hilfe eines videogestützten Fragebogens erhoben. Die Vorteile des Videoeinsatzes, gerade wenn es um die Wahrnehmung und (theoretische) Weiterführung von Unterricht geht, wurden oben durch verschiedene Autoren belegt. Den Erzieherinnen und Erziehern werden insgesamt drei mathematikbezogene Videos und ein Kontrollvideo gezeigt. Nach der Instruktion der Teilnehmerinnen und Teilnehmer werden die Videos durch den Testleiter einmalig gezeigt. Zu den drei mathematikbezogenen Videos bearbeiten die Erzieherinnen und Erzieher jeweils dieselben überwiegend offenen Fragen. Die Fragen beziehen sich auf die in der Situation durch die Erzieherinnen und Erzieher wahrgenommen Merkmale, wobei sie hier sowohl allgemeinpädagogische als auch mathematikdidaktische nennen sollen. Es sollen jeweils mehrere Merkmale genannt werden, da dies mit einer genaueren Wahrnehmung einhergeht (von Eye, 1999). Im zweiten Teil wird den Erzieherinnen und Erziehern nochmal eine konkrete Situation aus dem Video mit Hilfe eines Fotos und eines kurzen Textes gezeigt, auf welche sich die weiteren Fragen zur Handlungsplanung beziehen. Durch dieses Vorgehen sollen hier ähnliche Ausgangsbedingungen für alle Erzieherinnen und Erzieher hergestellt werden, selbst wenn diese durch die einzelnen Erzieherinnen und Erzieher nicht selbst wahrgenommen werden konnten.

Da, wie oben dargelegt, der Auswahl der Videos eine besondere Bedeutung mit Blick auf die Validität des Instruments zukommt, soll diese nun näher beschreiben werden.

Erhebung und Auswahl der Videos

Erhebung der Videos

In dieser Arbeit werden keine, anhand eines Drehbuchs speziell für diese Arbeit erstellten Videos, sondern Videos aus einer real existierenden Kita eingesetzt. Aufgrund des Alters der Kinder wäre eine drehbuchgeleitete Aufnahme schwer zu realisieren gewesen, wenngleich hier die Inhalte vorab hätten konkreter bestimmt werden können. Alle eingesetzten Videos wurden in einer Gruppe mit 18 Kindern und 3 Erzieherinnen einer Kindertagesstätte durch die Autorin selbst aufgenommen. Dabei wurde mit einer frei-Hand geführten Kamera gearbeitet. Dieses Vorgehen bot den Vorteil, dass Aktivitäten der Kinder an verschiedenen Orten erfasst werden konnten und bei einem Ortswechsel während einer Aktivität weiter verfolgt werden konnten, was auch als „aktive Kameraführung“ bezeichnet werden kann (Dinkelaker & Herrle, 2009).

Die Aufnahmen erfolgten im Rahmen einer einwöchigen Hospitation im Herbst 2012. Der Zeitraum war ausreichend, da die Autorin vielen Kindern der Gruppe bereits bekannt war. Hierdurch war nur eine kurze „Kennenlernphase“ zwischen der Autorin und den Kindern erforderlich. Videographische Datenerhebung bedeutet immer einen starken Eingriff in das Forschungsfeld, da die Kamera u.U. neu und für die Beteiligten spannend aber auch beängstigend kann (Dinkelaker & Herrle, 2009). Auch hier war die Phase der Gewöhnung sehr kurz, da die Kinder es bereits aus der Lern- und Entwicklungsdokumentation der Erzieherinnen kannten, gefilmt zu werden. Hauptaugenmerk lag während der Erhebung der Videodaten auf Situationen, die auch in der Literatur mit mathematischem Lernen in Verbindung gebracht werden. Hierzu gehören beispielsweise Aktivitäten in der Bauecke, aber auch Regelspiele oder andere Freispiele (z.B. Grübing & Peter-Koop, 2010; Kaufmann, 2011; Schuler, 2013).

Am Ende dieser Erhebungsphase standen 66 Videoclips mit unterschiedlicher Länge von wenigen Sekunden bis zu 10 Minuten. Einige Videoclips bauen dabei aufeinander auf, wenn beispielsweise die Aufnahme durch ein anderes Ereignis unterbrochen werden musste oder die Handlung eine Pause hatte. Darüber hinaus gibt es auch Gruppen von Videos, mit ähnlichen Inhalten, die durch andere Kinder durchgeführt werden. Beispielsweise wurden die Kinder während der Aufnahmen für ein sog. Ich-Buch gewogen und sollten anschließend ihr Gewicht aufschreiben. Diese Szene wurde dann bei mehreren Kindern mit unterschiedlichem Alter aufgenommen.

Vorauswahl der Videos

Da die 66 Videoclips sowohl in der Dauer als auch in der Qualität sehr unterschiedlich waren und auch aus forschungsökonomischen Gründen in der geplanten Studie bei angehenden Erzieherinnen und Erziehern nur eine begrenzte Zahl von Videoclips eingesetzt werden konnten, war eine starke Reduktion des Materials erforderlich. Wie es Seidel, Blomberg und Stürmer (2010) empfehlen, sollte die Auswahl der schlussendlich in der Befragung verwendeten Videoclips anhand einer Expert/innenbefragung erfolgen. Allerdings konnte diese Befragung nicht auf alle 66 Videoclips angewendet werden, da dies eine überproportional hohe Beanspruchung der Expertinnen und Experten bedeutet hätte, so dass zunächst eine theoretisch geleitete Vorauswahl bzw. Reduktion der Videos erfolgen musste. Hierzu wurde zunächst eine Fallliste erstellt, die sämtliche Videos mit zentralen Informationen, wie beispielsweise die beteiligten Personen (Erzieherinnen und Kinder), die Dauer des Videoclips, eine Kurzbeschreibung des Inhalts und die (möglichen) mathematischen Themen enthielt.

Bei dieser Sichtung des Materials zeigte sich, dass einige der Videoclips weniger mathematisches Potenzial enthielten, als dies bei der Aufnahme der Videos den Anschein hatte, so dass hier bereits einige Videos aussortiert werden konnten. Die Beurteilung erfolgte hier überwiegend auf Basis des Fachwissens der Autorin und wurde an kritischen Stellen durch die Beurteilung einer Kollegin (die in der Ausbildung von Erzieherinnen und Erzieher im Bereich Mathematik tätig ist) unterstützt. Des Weiteren wurde auch einschlägige Fachliteratur berücksichtigt. Darüber hinaus waren einige Videos auch qualitativ nicht für eine weitere Bearbeitung geeignet, da beispielsweise Gespräche nur undeutlich zu verstehen waren oder zu viele Nebenaktivitäten die eigentlichen Aktivitäten störten bzw. diese dadurch teilweise nicht zu erkennen waren. Ferner wurden hier auch Videos, die wie oben beschrieben dieselbe Aktivität lediglich mit anderen Kindern beinhalteten, ausgeschlossen. Beibehalten wurde immer das Video, welches augenscheinlich die meisten mathematischen Anknüpfungspunkte bot, weil beispielsweise noch ein weiterführendes Gespräch stattfand. Insgesamt konnte durch diesen Arbeitsschritt eine deutliche Reduktion des Materials vorgenommen werden, so dass im Weiteren noch 14 Videoclips weiter betrachtet wurden (vgl. Tabelle 1).

Alle nun noch verbleibenden Videos enthalten ein oder mehrere thematische Aspekte, die Relevanz für die frühe mathematische Bildung haben. Dabei zeigt sich, dass drei verschiedene mathematische Inhaltsbereiche abgedeckt werden können, nämlich Zahlen und Operationen, Raum und Form und Größen und Messen (KMK, 2004), so dass hier wesentliche Aspekte berücksichtigt werden. Lediglich der Inhaltsbereich Daten und Wahrscheinlich-

keit wird nicht berücksichtigt, allerdings waren auch in den aussortierten Videos keine zu diesem Inhaltsbereich vorhanden.

Tabelle 1: Videoclips nach der 1. bzw. 2. (kursiv) Reduktion.

Nr.	Laufzeit	Thema
003	03:17	<i>Wiegen (der Kinder); Zahlen (nach) schreiben; Größen (Vergleich zw. Kindern und Beziehung zu Gewicht)</i>
011	04:06	<i>Größenrelation; Zählen</i>
014	01:51	<i>Zuordnung von Zahlen und Mengen (Finger- und Würfelbilder)</i>
026	00:30	<i>Teil-Ganzes-Beziehungen</i>
031	01:38	<i>Fiktives Abmessen (beim Kuchen backen in der Spielküche); Zählen (Geburtstag/hochleben)</i>
035	00:44	<i>Gegenseitiges Messen von zwei Kindern</i>
036	00:47	<i>Eins-zu-eins-Zuordnung</i>
040	01:02	<i>Bauen; Formen?</i>
043	00:28	<i>Größen</i>
052	05:00	<i>Ecken; Klassifizieren; Zählen; Nutzen von Modellen (Schablonen); Raumorientierung</i>
053	00:30	<i>Schablonen zuordnen</i>
057	03:33	<i>Pläne lesen; Tiere benennen; Farben; Lagebeziehungen (links/drumherum)</i>
063	01:12	<i>Bauen mit Schaumstoffklötzen (Prismen, Quader, Zylinder), insbesondere Verwendung der Prismen durch drehen</i>
064	04:59	<i>Bauen mit Schaumstoffklötzen</i>

Da die Expertinnen und Experten mehrere, zum Teil offene Fragen zu jedem Video bearbeiten sollten, durfte die Laufzeit der Videos insgesamt nur ca. 15 Minuten betragen, was eine weitere Reduktion der Videos erforderlich machte. In diesem zweiten Schritt wurden die Videos daher nochmal anhand von Literatur auf ihren mathematischen Gehalt hin untersucht sowie unter forschungsmethodischen Gründen auf die Fokussierung des jeweiligen Inhalts bzw. mögliche Störfaktoren. Da aufgrund der im Projekt durchgeführten Analyse der Bildungspläne von einer sehr niedrigen Kompetenz der Erzieherinnen und Erzieher ausgegangen werden muss, sollten die mathematischen Themen nicht zu schwer zu erkennen sein bzw. auch nicht zu viele verschiedene Aspekte in einem Video angesprochen werden. Anhand dieser Kriterien erfolgte dann die Auswahl von den acht in Tabelle kursiv markierten Videos, die den Expertinnen und Experten zur Beurteilung vorgelegt wurden.

Expertenbefragung zu ausgewählten Videos

Insgesamt konnten vier Expertinnen und Experten aus dem Bereich der frühen mathematischen Bildung für die Beurteilung der Videos gewonnen werden, Erzieherinnen und Erzieher (mit geeigneter Qualifikation) konnten leider nicht gewonnen werden. Alle sind dabei seit mehreren Jahren im Bereich der Forschung und Lehre zur frühen mathematischen Bildung eingebunden und haben auch in diesem Bereich publiziert. Den Expertinnen und Experten wurden das Videomaterial, ein Begleitschreiben, welches den Kontext der Studie erläutert, sowie ein Fragebogen zu jedem Video zugesendet. Die eingesetzten Fragen waren größten-

teils analog zu denen, die auch in der Hauptstudie eingesetzt wurden. Anhand von geschlossenen Fragen sollte beurteilt werden:

1. Ist die Szene typisch für den Kita-Alltag?
2. Enthält die Szene Mathematik?
3. Wie offensichtlich war die Mathematik in der Szene für Sie zu erkennen?

Alle Fragen wurden auf einer sechsstufigen Skala von 1 („Trifft überhaupt nicht zu“ bzw. „Überhaupt nicht offensichtlich“) bis 6 („Trifft voll und ganz zu“ bzw. „Sehr offensichtlich“) beurteilt.

Darüber hinaus wurden offene Fragen eingesetzt, bei denen zunächst zur Variable der Situationswahrnehmung pädagogische und mathematikdidaktische Aspekte genannt werden sollten. Des Weiteren sollten die Expertinnen und Experten andere/ geeignete Situationen zum selben mathematischen Inhalt beschreiben, falls sie solche kennen. Zur Variable der Handlungsplanung sollten die Expertinnen und Experten Ansätze formulieren, wie ein/-e Erzieher/- in in der gezeigten Situation am besten handeln sollte bzw. welche Angebote mittelfristig gemacht werden könnten, um das Interesse der Kinder weiter zu fördern.

Ergebnisse der Expertenbefragung

Bei der Auswertung der Expertenbefragung bzw. der Auswahl geeigneter Videoclips für die Befragung der angehenden Erzieherinnen und Erzieher wurden zunächst die drei geschlossenen Fragen herangezogen. Die Antworten auf die offenen Fragen dienten als Unterstützung der Auswahl und sollen später Anhaltspunkte für die Entwicklung einer Codieranweisung für die Hauptstudie geben.

Tabelle 2: Ergebnisse der Expertenbefragung.

Nr.	Thema	Frage 1	Frage 2	Frage 3
003	Wiegen (der Kinder); Zahlen (nach) schreiben; Größen (Vergleich zw. Kindern und Beziehung zu Gewicht)	M=4,0 SD=1,41	M=5,25 SD=0,96	M=5,75 SD=0,5
011	Größenrelation; Zählen	M=5,25 SD=0,96	M=5,5 SD=1,0	M=5,5 SD=1,0
014	<i>Zuordnung von Zahlen und Mengen (Finger- und Würfelbilder)</i>	M=5,25 SD=0,96	M=6,0 SD=0,0	M=6,0 SD=0,0
026	Teil-Ganzes-Beziehungen	M=5,0 SD=1,15	M=4,25 SD=1,71	M=4,75 SD=1,26
035	<i>Gegenseitiges Messen von zwei Kindern</i>	M=5,75 SD=0,5	M=5,5 SD=1,0	M=5,5 SD=1,58
053	Schablonen zuordnen	M=2,0 SD=1,63	M=2,0 SD=1,63	M=2,25 SD=1,71
057	Pläne lesen; Tiere benennen; Farben; Lagebeziehungen (links/drumherum)	M=5,25 SD=0,5	M=3,75 SD=1,71	M=4,0 SD=2,31
063	<i>Bauen mit Schaumstoffklötzen (Prismen, Quader, Zylinder), insbesondere Verwendung der Prismen durch drehen</i>	M=5,75 SD=0,5	M=5,0 SD=0,0	M=4,5 SD=0,58

Tabelle 2 zeigt die Mittelwerte zu den drei geschlossenen Fragen, die den Expertinnen und Experten einleitend gestellt wurden. Diese Vorgehensweise wurde in Anlehnung an Jenßen, Dunekacke und Blömeke (im Druck) gewählt und stellt eine methodische Herangehensweise zur Beurteilung der inhaltlichen Eignung besonders bei kleinen Stichproben dar. Bei der Auswahl der Videos wurde zunächst die Frage, wie typisch die Szene für den Kita-Alltag ist (Frage 1), herangezogen. Da Videos für sich beanspruchen, Kompetenzen möglichst kontextbezogen zu erfassen, sollten die eingesetzten Videos auch entsprechend typisch für den Alltag in Kindertagesstätten sein und ein eingesetztes Video auf dieser Frage mindestens einen Wert von 5,0 erreichen. Damit mussten für die weitere Auswahl die Videos 003 und 057 ausgeschlossen werden. Neben der Frage, wie typisch das Video für den Kitalltag ist, ging es im zweiten Schritt darum, ob das Video mathematische Themen enthält. Dies wurde anhand von Frage 2 erfragt. Auch hier sollte ein Video, um für die Hauptstudie geeignet zu sein, mindestens einen Wert von 5,0 erreichen, so dass an dieser Stelle auch Video 026 ausgeschlossen werden konnte. Mit Frage 3 sollten dann Hinweise für die Schwierigkeit des Videos antizipiert werden, wobei die Annahme darin besteht, dass je weniger offensichtlich die Mathematik an dieser Stelle bereits für die Expertinnen und Experten zu erkennen ist, sie um so schwieriger für die angehenden Erzieherinnen und Erzieher zu erkennen sein wird.

Aus Tabelle 2 ist zu entnehmen, dass zunächst, bei Berücksichtigung von Frage 1 und 2 die Videos 011, 014, 035 und 063 in der engeren Auswahl waren. In der Hauptstudie konnten aufgrund der zur Verfügung stehenden Befragungszeit nur drei Videos sowie ein Kontrollvideo eingesetzt werden. Da das Video 011 Themendopplungen zu den Videos 014 und 035 beinhaltete, diese die Themen aber fokussierter behandelten, wurde Video 011 gestrichen und die Videos 014, 035 und 063 für den Einsatz in der Hauptstudie ausgewählt. Damit sind alle, im ursprünglichen Datensatz repräsentierten mathematischen Inhaltsgebiete auch in den eingesetzten Videos vertreten. Darüber hinaus geben die Videos Aktivitäten in unterschiedlichen Räumen einer Kindertageseinrichtung (Bewegungsraum, Gruppenraum) wieder und beinhalten sowohl Aktivitäten ausschließlich zwischen Kindern als auch zwischen Kindern und Erzieherinnen. Auch die Antworten auf die offenen Fragen, die ja primär für die Entwicklung von Codieranweisungen erhoben wurden, deuten darauf hin, dass mit den ausgewählten Videos typische Szenen für die Kita gezeigt werden, was beispielsweise bei Video 011 nicht der Fall war, da dies von einigen Expertinnen und Experten als eine Testsituation beschrieben wurde. Darüber hinaus wurden von allen Expertinnen und Experten ähnliche mathematische Inhalte und Handlungsoptionen für die ausgewählten Videos benannt.

Diskussion und Ausblick

Der vorliegende Beitrag stellt den theoretischen Hintergrund und das methodische Vorgehen zur handlungsnäheren Erfassung mathematikdidaktischer Kompetenzen bei angehenden Erzieherinnen und Erziehern vor. Forschungen zur mathematischen Entwicklung von Kindern haben gezeigt, dass diese schon vor dem Schuleintritt wesentliche und für den Schulerfolg relevante mathematische Fähigkeiten erlernen. Diese Lernprozesse müssen von den Erzieherinnen und Erziehern begleitet werden. Welche Kompetenzen die Erzieherinnen und Erzieher dafür benötigen und ob sie diese im Rahmen der fachschulischen Ausbildung erwerben, ist bislang weitestgehend unklar. Die hier vorgestellte Studie berücksichtigt dabei den zweiten Aspekt. Im Projekt KomMa werden Kompetenzen im Wesentlichen als kognitive Leistungsdispositionen verstanden und so anhand eines Papier- und Bleistift basierten Leistungstests erhoben. In Anlehnung an Shulman (1986) werden dabei verschiedene Wissensfacetten, u.a. das fachbezogene und das fachdidaktische Wissen unterschieden.

Anliegen des hier dargestellten Promotionsvorhabens ist es, die mathematikdidaktische Kompetenz handlungsorientierter zu erfassen. Hierzu sollen in Anlehnung an das Kompetenzmodell der Frühpädagogik die Situationswahrnehmung der Erzieherinnen und Erzieher und deren Fähigkeit in gegebenen Situationen, mathematikdidaktisch angemessenen Handlungsplanungen vorzunehmen, erfasst werden. Hierzu wird auf den Einsatz von Videos zurückgegriffen, da diese eine kontextbezogeneren Kompetenzerfassung ermöglichen. Eine besondere Bedeutung kommt in diesem Fall der Auswahl der Videos zu, da damit die Generalisierbarkeit der Ergebnisse verbunden ist. Ziel ist es den Erzieherinnen und Erziehern in der Hauptstudie drei Videos mit mathematischen Aktivitäten der Kinder zu zeigen, die diese erkennen sollen und auf welche hin sie eine Handlung planen sollen. Hierzu wurde die Erhebung der Videos durch die Autorin, die Reduktion des Videomaterials und die finale Auswahl von drei Videoclips durch die Befragung von Expertinnen und Experten dargestellt. Kane (1992) verdeutlicht, dass eine vollständige Generalisierbarkeit nur dann gegeben wäre, wenn die Erzieherinnen und Erzieher in allen denkbaren Situationen beobachtet werden würden. Dies ist allein aus forschungsökonomischen Gründen niemals möglich. Umso wichtiger ist aber die Frage, wie inhaltsvalide die ausgewählten Instrumente sind. In der hier vorgestellten Studie bezieht sich dies vor allem auf die eingesetzten Videos. Es muss davon ausgegangen werden, dass in allen Phasen der Auswahl eine bewusste und eine unbewusste Reduktion der Komplexität bzw. Wirklichkeit stattgefunden hat. Dies ist bereits in der Erhebungsphase der Fall, da durch die aktive Kameraführung der Autorin bestimmte Ausschnitte des Alltags fokussiert und andere außer Acht gelassen wurden. Dieser Prozess setzte sich auch bei der Re-

duktion des Videomaterials fort. Anhand der aktuellen mathematikdidaktischen Literatur konnten verschiedene Aktivitäten als mehr oder weniger mathematisch bedeutsam identifiziert werden, wobei die Entscheidung letztlich immer auf besonders prägnante Themen fiel.

Am gesichertsten ist wohl der letzte Schritt der Auswahl durch die Befragung von Expertinnen und Experten. Jedoch ist hier bereits in der Stichprobenziehung von einer Selektion auszugehen, da eine derartige Befragung Arbeitszeit beansprucht und möglicherweise nur von Personen mit einem größeren Interesse an der Thematik oder der Methode durchgeführt wird. Darüber hinaus wurden Expertinnen und Experten aus der Wissenschaft befragt, deren Verständnis von Kita-Alltag und mathematischen Bildungsprozessen nicht immer kongruent zu dem beispielsweise von berufstätigen Erzieherinnen und Erziehern, also Praktikern, sein muss, die an dieser Stelle nicht befragt werden konnten.

Trotz dieser Einschränkungen konnte gezeigt werden, dass aus den umfangreichen Videos drei ausgewählt werden konnten, die nach Ansicht der befragten Expertinnen und Experten typisch für den Kita-Alltag sind und zentrale mathematische Inhaltsbereiche abdecken und für diese wiederum typisch sind. Die Expertinnen und Experten wurden weiterhin zu den wahrnehmbaren Merkmalen der Videos und zu bestmöglichen Handlungsoptionen für die Erzieherinnen und Erzieher in der jeweiligen Situation befragt. Die Antworten auf diese Fragen sollen, neben den Ergebnissen einer Pilotierung und einer Feinanalyse der Videos mittels der dokumentarischen Methode, Hinweise für die Entwicklung von Codieranweisungen für die Hauptstudie sein. In der Hauptstudie werden im November und Dezember 2013 ca. 300 angehende Erzieherinnen und Erzieher an Fachschulen in Berlin, Brandenburg und Niedersachsen befragt. Damit werden in dieser Studie die Kompetenzen der angehenden Erzieherinnen und Erzieher untersucht. Da Bildungsprozesse möglichst anschlussfähig zwischen unterschiedlichen Institutionen gestaltet werden sollten (Grüßing, 2009), sollte in zukünftigen Studien auch die Kompetenz der angehenden Grundschullehrkräfte mit in den Blick genommen werden. Dies wird für das Projekt KomMa im Rahmen einer Teilstudie untersucht (Dunekakke, Buhl, Jenßen, Baack, Grassmann & Blömeke, 2014) und ist auch für das hier entwickelte Instrument geplant.

Literatur

- Anders, Y. (2012). *Modelle professioneller Kompetenzen für frühpädagogische Fachkräfte. Aktueller Stand und ihr Bezug zur Professionalisierung. Expertise zum Gutachten „Professionalisierung in der Frühpädagogik“*. Aktionsrat Bildung.
- Aubrey, C. (1994). An Investigation of Children's Knowledge of Mathematics at School Entry and the Knowledge their Teachers Hold about Teaching and Learning Mathematics, about Young Learners and Mathematical Subject Knowledge. *British Educational Research Journal*, 20 (1), 105-120.

- Baer, M., Dörr, G., Fraefel, U., Kocher, M., Küster, O., Larcher, S., Müller, P., Sempert, W. & Wyss, C. (2007). Werden angehende Lehrpersonen durch das Studium kompetenter? - Kompetenzaufbau und Standarderreichung in der berufswissenschaftlichen Ausbildung an drei Pädagogischen Hochschulen in der Schweiz und in Deutschland. *Unterrichtswissenschaft* 35 (1), 15–47.
- Baumert, J., Artelt, C., Klieme, E., Neubrand, M., Prenzel, M., Schiefele, U., Schneider, W., Schümer, G., Stanat, P., Tillmann, K.-J. & Weiß, M. (2003). PISA 2000. *Ein differenzierter Blick auf die Länder der Bundesrepublik Deutschland. Zusammenfassung zentraler Befunde*. Berlin: Max-Planck-Institut für Bildungsforschung.
- Blömeke, S. Kaiser, G. & Lehmann, R. (2010). *TEDS-M 2008. Professionelle Kompetenz und Lerngelegenheiten angehender Primarstufenlehrkräfte im internationalen Vergleich*. Münster: Waxmann.
- Copley, J. V. (2004). The Early Childhood Collaborative: A Professional Development Model to Communicate and Implement the Standards. In D.H. Clements & J. Sarama (eds.), *Engaging Young Children in Mathematics. Standards for Early Childhood Mathematics Education*. Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates, Inc., Publishers.
- Darling-Hammond, L. (2006). Assessing teacher education. The usefulness of multiple measures for assessing program outcomes. *Journal of Teacher Education*, 57(2), 120-138.
- Dinkelaker, J. & Herrle, M. (2009). *Erziehungswissenschaftliche Videographie. Eine Einführung*. Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.
- Dunekacke, S., Jenßen, L., Baack, W., Tengler, M., Wedekind, H., Grassmann, M. & Blömeke, S. (2013). Was zeichnet eine kompetente pädagogische Fachkraft im Bereich Mathematik aus? Modellierung professioneller Kompetenz für den Elementarbereich. In G. Greefrath, F. Käpnick, & M. Stein, (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht*. Münster.
- Dunekacke, S., Buhl, M., Jenßen, L., Baack, W., Grassmann, M. & Blömeke, S. (2014). Mathematisches Fachwissen von angehenden Erzieherinnen und Erzieher und Grundschullehrer/-innen im Vergleich. *Symposium – Perspektiven mathematischer Bildung im Übergang vom Kindergarten zur Grundschule*. Freiburg.
- Fried, L. & Roux, S. (2009a). Zwischen Wissenschaft und Ausbildung. In L. Fried & S. Roux (Hrsg.), *Pädagogik der frühen Kindheit. Handbuch und Nachschlagewerk* (S. 13-19). Berlin: Cornelsen.
- Fried, L. & Roux, S. (2009b). Zur Pädagogik der frühen Kindheit im 21. Jahrhundert – Desiderata. In L. Fried & S. Roux, (Hrsg.), *Pädagogik der frühen Kindheit. Handbuch und Nachschlagewerk* (S. 378-382). Berlin: Cornelsen.
- Fröhlich-Gildhoff, K., Nentwig-Gesemann, I. & Pietsch, S. (2011). *Kompetenzorientierung in der Qualifizierung frühpädagogischer Fachkräfte. Eine Expertise der Weiterbildungsinitiative Frühpädagogische Fachkräfte (WiFF)*. Deutsches Jugendinstitut e.V. München.
- Gasteiger, H. (2010). *Elementare mathematische Bildung im Alltag der Kindertagesstätte. Grundlegung und Evaluation eines kompetenzorientierten Förderansatzes*. Münster: Waxmann.
- Grüßing, M. (2009). Mathematische Kompetenzentwicklung zwischen Elementar- und Primarbereich: Zusammenfassung und Forschungsdesiderata. In A. Heinze, & M. Grüßing (Hrsg.), *Mathematiklernen vom Kindergarten bis zum Studium. Kontinuität und Kohärenz als Herausforderung für den Mathematikunterricht*. Münster: Waxmann.
- Grüßing, M. & Peter-Koop, A. (Hrsg.) (2010). *Die Entwicklung mathematischen Denkens in Kindergarten und Grundschule: Beobachten – Fördern – Dokumentieren*. Offenburg: Mildenberger.
- Gudjons, Herbert (2008). Handlungsorientiert lehren und lernen: Schüleraktivierung – Selbsttätigkeit – Projektarbeit. 7. aktualisierte Auflage. Bad Heilbrunn: Klinkhardt.
- Hartig, J. (2008). Kompetenzen als Ergebnisse von Bildungsprozessen. In N. Jude, J. Hartig & E. Klieme (Hrsg.), *Kompetenzerfassung in pädagogischen Handlungsfeldern. Theorien, Konzepte und Methoden* (S. 15-25). Bundesministerium für Bildung und Forschung (BMBF). Bonn.
- Hartig, J. & Klieme, E. (2006). Kompetenz und Kompetenzdiagnostik. In K. Schweizer (Hrsg.), *Leistung und Leistungsdiagnostik* (S. 127-143). Heidelberg: Springer.
- Heckhausen, J. & Heckhausen, H. (2006). Motivation und Handeln: Einführung und Überblick. In J. Heckhausen, & H. Heckhausen (Hrsg.), *Motivation und Handeln*. 3. Auflage (S. 3-9). Heidelberg: Springer.

- Jenßen, L., Dunekacke, S. & Blömeke, S. (im Druck). Qualitätssicherung in der Kompetenzforschung: Empfehlungen für den Nachweis von Validität in Testentwicklung und Veröffentlichungspraxis. *Zeitschrift für Pädagogik – Beiheft 2015: Kompetenzen von Studierenden*.
- Kane, M. T. (1992). The assessment of professional competence. *Evaluation & the Health Professions*, 15 (2), 163-182.
- Kaiser, A. (1998). Carte de competence: Wie lassen sich Kompetenzen feststellen? *Grundlagen der Weiterbildung-GdWZ*, 9 (5), 199-201.
- Kaufhold, M. (2006). *Kompetenz und Kompetenzerfassung. Analyse und Beurteilung von Verfahren der Kompetenzerfassung*. 1. Aufl.. Wiesbaden: VS Verlag.
- Kaufmann, S. (2011). Handbuch für die frühe mathematische Bildung. Braunschweig: Schroedel.
- KMK (Kultusministerkonferenz) (2004). Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich. Online verfügbar www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2004/2004_10_15-Bildungsstandards-Mathe-Primar.pdf (12.01.14).
- Kornmann, R. (2010). *Mathematik: für Alle von Anfang an!* Bad Heilbrunn: Klinkhardt.
- König, J. & Lebens, M. (2012). Classroom Management Expertise (CME) von Lehrkräften messen: Überlegungen zur Testung mithilfe von Videovignetten und erste empirische Befunde. *Lehrerbildung auf dem Prüfstand*, 5 (1), 3-29.
- Krajewski, K. & Schneider, W. (2009). Early development of quantity to number- word linkage as a precursor of mathematical school achievement and mathematical difficulties: Findings from a four-year longitudinal study. *Learning and Instruction*, 19, 513-526.
- Laewen, H.-J. (2009). Funktionen der institutionellen Früherziehung: Bildung, Erziehung, Betreuung, Prävention. In L. Fried, & S. Roux (Hrsg.). *Pädagogik der frühen Kindheit. Handbuch und Nachschlagewerk* (S. 96-107). Berlin: Cornelsen.
- National Advisory Panel (2008). The Final Report of the National Mathematics Advisory Panel. U.S. Department of Education.
- Nentwig-Gesemann, I., Fröhlich-Gildhoff, K. & Pietsch, S. (2011). Kompetenzentwicklung von FrühpädagogInnen in Aus- und Weiterbildung. *Frühe Bildung*, 0, 22-30.
- Perrez, M., Huber, G. L. & Geißler, K. A. (2001). Psychologie der pädagogischen Interaktion. In A. Krapp & B. Weidenmann (Hrsg.), *Pädagogische Psychologie. Ein Lehrbuch*. 4. vollständig überarbeitete Auflage (S. 358-413). Weinheim: Beltz PVU.
- van Oers, B. (2009). Emergent mathematical thinking in the context of play. *Educ Stud Math*. DOI 10.1007/s10649-009-9225-x.
- von Eye, A. (1999). Kognitive Komplexität – Messung und Validität. *Zeitschrift für Differentielle und Diagnostische Psychologie*, 20 (2), 81-96.
- Santagata, R. & Guarino, J. (2011). Using video to teach future teachers to learn from teaching. *ZDM Mathematics Education*, 43, 133-145.
- Schuler, S. (2013). Mathematische Bildung im Kindergarten in formal offenen Situationen – eine Untersuchung am Beispiel von Spielen zum Erwerb des Zahlbegriffs. Münster: Waxmann.
- Seidel, T. & Prenzel, M. (2007). Wie Lehrpersonen Unterricht wahrnehmen und einschätzen - Erfassung pädagogisch-psychologischer Kompetenzen mit Videosequenzen. In M. Prenzel, I. Gogolin & H.-H. Krüger (Hrsg.), *Kompetenzdiagnostik. (Sonderheft, 8)*, (S. 201–216). Wiesbaden: VS Verlag.
- Seidel, T., Blomberg, G., Stürmer, K. (2010). „Observer“ - Validierung eines videobasierten Instruments zur Erfassung der professionellen Wahrnehmung von Unterricht. Projekt OBSERVE. *Zeitschrift für Pädagogik, Beiheft 56*, 296–306.
- Shulman, L. (1986). Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. *Educational Researcher*, 15 (2), 4-14.
- Thonhauser, J. (2007). Lehrer/-innen handeln situationsspezifisch. In A. Gastager, T. Hascher & H. Schwetz (Hrsg.), *Pädagogisches Handeln: Balancing zwischen Theorie und Praxis. Beiträge zur Wirksamkeitsforschung in pädagogisch-psychologischem Kontext. Erziehungswissenschaft, Band 24* (S. 47-60). Landau: VEP-Verlag.
- Weinert, F. E. (2001). Concept of competence: a conceptual clarification. In D.S. Rychen & L.H. Salganik, (Eds.), *Defining and selecting key competencies* (S. 56-66). Seattle: Hogrefe & Huber.

- Weiß, R. (1999). Erfassung und Bewertung von Kompetenzen – empirische und konzeptionelle Probleme. In *Kompetenzentwicklung '99. Aspekte einer neuen Lernkultur. Argumente, Erfahrungen, Konsequenzen* (S. 433-493). Münster: Waxmann.
- Widulle, W. (2009). *Handlungsorientiert Lernen im Studium. Arbeitsbuch für soziale und pädagogische Berufe*. Heidelberg: Springer.
- Wild, K.-P. & Krapp, A. (2001). Pädagogisch-psychologische Diagnostik. In A. Krapp & B. Weidenmann (Hrsg.), *Pädagogische Psychologie. Ein Lehrbuch. 4. vollständig überarbeitete Auflage* (S. 513-563). Weinheim: Beltz.

Anhang D

Dunekacke, S., Jenßen, L., Eilerts, K., & Grassmann, M. (2016). Operationalisierung des mathematikbezogenen Wissens angehender frühpädagogischer Fachkräfte. In C. Streit, S. Schuler & G. Wittmann (Hrsg.), *Perspektiven mathematischer Bildung im Übergang vom Kindergarten zur Grundschule* (S. 213-228). Wiesbaden: Springer.

Operationalisierung des mathematikbezogenen Wissens angehender frühpädagogischer Fachkräfte

Simone Dunekacke, Lars Jenßen, Katja Eilerts & Marianne Grassmann

Einleitung

Mathematik gilt heute als ein bedeutender Bildungsbereich, mit dem sich Kinder schon weit vor dem Schuleintritt beschäftigen (Grübing, 2010; Hasemann, 2010; Hasemann & Gasteiger, 2014; Kretschmann, 2004; Wittmann, 2004). Mathematik zeigt sich dabei in vielfältigen Alltags- und Spielsituationen, so beim Schneiden und Falten (Symmetrie), oder im Morgenkreis beispielsweise beim Abzählen oder Lesen eines Kalenders (Hasemann & Gasteiger, 2014; Wittmann, 2004). Den frühpädagogischen Fachkräften kommt die Aufgabe zu, die Mathematik für die Kinder einerseits handelnd und anschließend an ihre Erfahrungen sichtbar zu machen (z.B. indem symmetrische Figuren nicht nur als Bilder angeschaut, sondern durch Schneiden oder Malen selbst hergestellt werden) und andererseits die fachlichen Grundideen klar und anschlussfähig an schulische Bildungsprozesse herauszuarbeiten (Hasemann & Gasteiger, 2014).

In diesem Beitrag wird zunächst eine mögliche Operationalisierung mathematikbezogenen Wissens angehender frühpädagogischer Fachkräfte exemplarisch gezeigt. Die Operationalisierung folgt dem im Projekt KomMa entwickelte Modell professionellen Wissens frühpädagogischer Fachkräfte im Bereich Mathematik, auf dessen Basis zwei Leistungstests zur Erfassung des mathematischen Fachwissens und des mathematikdidaktischen Wissens entwickelt wurden. Das Modell wird vorgestellt und anhand von ausgewählten Itembeispielen gezeigt, wie es in Items umgesetzt werden kann.

Im zweiten Teil des Beitrages werden deskriptive Ergebnisse einer Validierungsstudie berichtet, bei der der Test bei angehenden Grundschullehrkräften eingesetzt wurde.

Operationalisierung mathematikbezogenen Wissens angehender frühpädagogischer Fachkräfte

Professionelle Kompetenz frühpädagogischer Fachkräfte im Bereich Mathematik ist bislang wenig empirisch untersucht, so dass es folglich auch wenig Modelle und Instrumente zu deren Erfassung gibt (European Commission, EACEA, Eurydice & Eurostat, 2014). Im Rahmen des Projekts KomMa wurde ein solches Modell entwickelt und in Testitems operationalisiert. Beides soll im Folgenden vorgestellt werden.

Professionelle Kompetenz von fröhpädagogischen Fachkräften

Kognitive und motivational-affektive Dispositionen von fröhpädagogischen Fachkräften, die zur erfolgreichen Bewältigung von realen Anforderungssituationen führen, werden in Anlehnung an Weinert (2001) als Kompetenz verstanden. Im Kern liegt dieser Definition ein prozedurales Verständnis von Kompetenz zu Grunde, welches auch anschlussfähig an den fröhpädagogischen Kompetenzdiskurs ist, in dem Kompetenz ebenfalls als das Zusammenwirken von Wissen, Erfahrung, Motivation und Wahrnehmung verstanden wird, das zur Bearbeitung von pädagogischen Alltagssituationen genutzt wird (Fröhlich-Gildhoff, Nentwig-Gesemann & Pietsch, 2011).

Diese Modelle sind genereller Art und machen keine Aussagen darüber, welche Aspekte aus fachspezifischer Perspektive bezogen auf die einzelnen Facetten der jeweiligen Kompetenz bedeutsam sind. Angesichts der hohen Ansprüche, die mathematisches Lernen im Elementarbereich stellt, nämlich einerseits die Themen und Ideen der Kinder aufzugreifen und andererseits hierin bzw. darüber hinausgehend die fachlichen Grundideen klar und anschlussfähig zu implementieren (Hasemann & Gasteiger, 2014), ist davon auszugehen, dass hierfür spezifische Kompetenzen erforderlich sind (Ginsburg & Ertle, 2008).

Die hier vorgestellte Operationalisierung berücksichtigt die kognitiven Dispositionen, die zur Bewältigung der beschriebenen Anforderungen erforderlich sind. Als kognitive Disposition wird dabei das professionelle Wissen fokussiert und in drei Wissensfacetten unterschieden, nämlich das fachbezogene Wissen (FW), das fachdidaktische Wissen (MD) und das allgemein-pädagogische Wissen (PW) (Abb. 2.1).

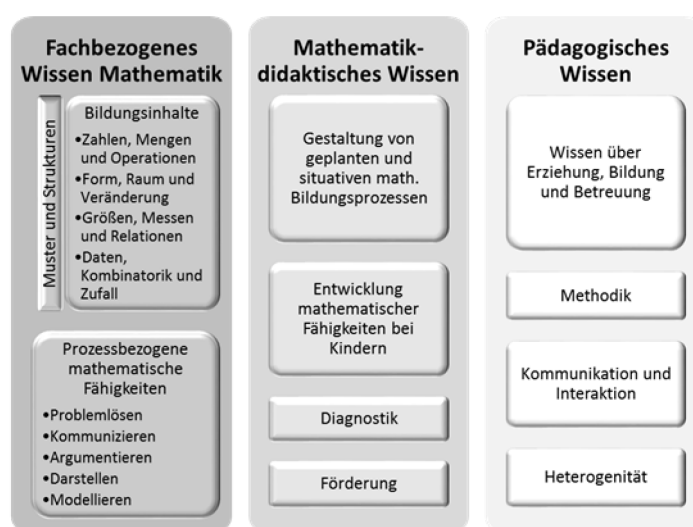


Abbildung 2.1: Kompetenzmodell der kognitiven Dispositionen im Projekt KomMa

Diese Differenzierung in verschiedene Wissensfacetten wurde in der Lehrerbildungsforschung entwickelt (Shulman, 1986) und wird zunächst auch für fröhpädagogische Fachkräfte

angenommen (Anders, 2012; Ginsburg & Ertle, 2008). Der vorliegende Beitrag geht auf das fachbezogene und das fachdidaktische Wissen der fröhpädagogischen Fachkräfte ein. Für die inhaltliche Ausdifferenzierung der Wissensfacetten wurde eine Analyse der Bildungspläne der Bundesländer für Kindertageseinrichtungen und der Ausbildungsordnungen für fröhpädagogische Fachkräfte (Rahmenlehrpläne der Bundesländer und Modulbeschreibungen der entsprechenden Studiengänge) vorgenommen (Jenßen et al., 2015c). Durch dieses Vorgehen umfasst die inhaltliche Ausdifferenzierung zentrale berufliche Anforderungen und intendierte Lerngelegenheiten fröhpädagogischer Fachkräfte.

Operationalisierung mathematischen Fachwissens angehender fröhpädagogischer Fachkräfte

Mathematisches Fachwissen wird in Studien zur Lehrerbildung ausgehend von mathematischen Inhalten und Prozessen operationalisiert (Blömeke et al., 2010). Dabei werden in der Regel vier inhaltliche Domänen unterschieden: Zahlen, Mengen und Operationen (ZMO); Form, Raum und Veränderung (FRV); Größen, Messen und Relationen (GMR) sowie Daten, Kombinatorik und Zufall (DKZ) (Common Core State Standards Initiative, 2014; KMK, 2004). Darüber hinaus werden auch prozessbezogene Fähigkeiten unterschieden. Hierzu zählen Problemlösen, Modellieren, Argumentieren, Darstellen und Kommunizieren (ebd.). Diese Inhalte und Prozesse haben sich auch in der zuvor beschriebenen Analyse der Bildungspläne wiedergefunden. Auch der oft als mathematischer Inhaltsbereich beschriebene Bereich Muster und Strukturen wird in unserem Modell in Anlehnung an Rathgeb-Schnierer (2012) den prozessbezogenen Fähigkeiten zugeordnet.

Da die Unterscheidung nach prozessbezogenen Domänen zwar konzeptionell, aber nicht empirisch gelingt (z.B. Winkelmann et al., 2012), werden im Folgenden die inhaltlichen Domänen betrachtet. Zu jeder inhaltlichen Domäne wird ein Item gezeigt und in seinen Zusammenhang zur frühen mathematischen Bildung eingeordnet. Die Inhalte sind wurden dabei aus der Elementarstufe entnommen, werden jedoch in den Items von einem höheren Niveau aus erfasst (Klein, 1908), das heißt, die Items erfassen, ob die Teilnehmenden die mathematischen Begriffe oder Prozesse, die hinter elementaren mathematischen Handlungen, wie beispielsweise dem Verteilen von Apfelstücken stehen, anwenden können.

Das Item *Division mit Rest*¹⁰ ist der inhaltlichen Domäne ZMO zugeordnet und thematisiert die Division mit Rest. Die Aufgabe besteht darin, 40 Bonbons an sechs Kinder zu vertei-

¹⁰ Aus Gründen des Urheberrechtes können hier nur ausgewählte Items vollständig abgebildet werden. Die übrigen Items werden paraphrasiert dargestellt.

len. Das Ergebnis der Divisionsaufgabe ($6, \bar{6}$) wird den Teilnehmer/innen vorgegeben und sie sollen angeben, wie viele Bonbons jedes Kind bekommt (richtige Lösung: sechs Bonbons).

Situationen des Ver- und Aufteilens, die die Grundlage der Division bilden, kommen häufig im Kindergartenalltag vor (z. B. beim Verteilen von Apfelstücken), wobei sich die Anzahlen naturgemäß nicht immer „glatt“ an die Kinder verteilen lassen (Kaufmann, 2011). Um solche Situationen mit den Kindern fachlich richtig und altersangemessen zu interpretieren, muss die Fachkraft die Division mit Rest verstehen und interpretieren können. Im genannten Aufgabenbeispiel könnte sie z. B. thematisieren, dass jedes Kind sechs Bonbons bekommt und vier Bonbons „übrig“ bleiben (den Rest bilden). Mit diesem Rest kann dann in Abhängigkeit vom Entwicklungsniveau der Kinder unterschiedlich verfahren werden. Einerseits könnte er zurückgelegt werden, weil er nicht mehr gerecht verteilt werden kann, andererseits wäre es möglich die Bonbons zu halbieren und die Hälften erneut zu verteilen (jeder bekommt noch einen halben Bonbon, aber es bleibt wieder ein Rest). Damit würden die Kinder einen Einblick in das Grundprinzip der Bruchrechnung bekommen. Auch weniger mathematische Lösungen (z. B. das Geburtstagskind bekommt die restlichen vier Bonbons) sind möglich und verdeutlichen den Kindern, dass mathematische Probleme situationsbezogen gelöst werden können bzw. müssen.

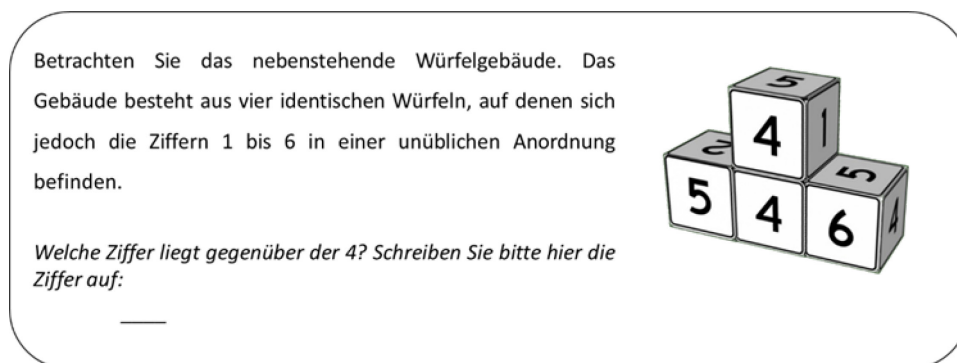
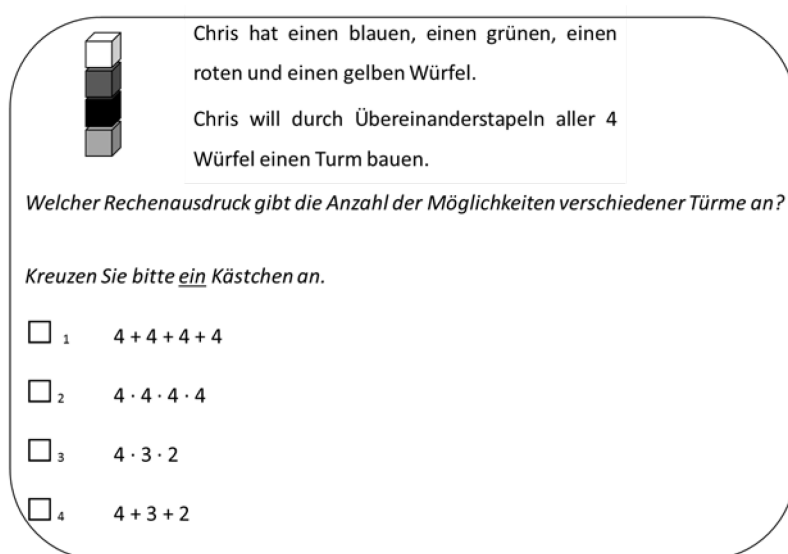


Abbildung 2.2: Item Würfelgebäude (richtige Lösung: 2)

Das Item *Würfelgebäude* (Abb. 2.2) ist aus der inhaltlichen Domäne FRV. In dieser Domäne geht es im Elementarbereich u. a. darum, grundlegende Erfahrungen mit ebenen Figuren, räumlichen Körpern sowie Raum- und Lagebeziehungen zu machen und räumliches Vorstellungsvermögen aufzubauen (Hasemann & Gasteiger, 2014; Kaufmann, 2011). Räumliches Vorstellungsvermögen kann in Anlehnung an Thurstone als die Fähigkeit verstanden werden, Gruppierungen von Objekten zu erfassen und miteinander zu vergleichen, Objekte mental zu bewegen, zu zerlegen und zusammen zu setzen und sich selbst in real oder mental repräsentierten Räumen (z. B. Landkarten) zu orientieren. In Kindertageseinrichtungen sind diese Fähigkeiten beispielsweise bei Gesellschaftsspielen von Bedeutung, wo Würfelgebäude

anhand bestimmter Vorgaben nachgebaut oder erkannt werden müssen, oder wenn die Kinder sich in der Kindertageseinrichtung und ihrer näheren Umgebung orientieren. Die Fachkräfte sollten selbst über diese Fähigkeiten verfügen, um die Denkwege der Kinder besser nachvollziehen und geeignete Impulse geben zu können.

Das Item *Tierbeine* ist der inhaltlichen Domäne GMR zugeordnet. Die Teilnehmer/innen sollen dabei zu der Aussage „Ein unbekanntes Tier hat x Beine. Es hat mindestens zwei, maximal acht Beine.“ die Relationszeichen $>$, $<$ und $=$ richtig in die vorgegebene Gleichung einsetzen. Damit wird die Fähigkeit der Teilnehmer/innen zur Verwendung der Relationszeichen erfasst. Im Alltag der Kindertagesstätte sind diese häufig im verbalen Sprachgebrauch zu finden (z.B. „Der Turm von Max ist genauso hoch wie der Turm von Lisa“). In der Domäne GMR sollen im Elementarbereich unterschiedliche Größen (Längen, Gewichte, Geld u. a.) erfasst und wahrgenommen werden (Hasemann, 2010) und Vergleiche zwischen Gegenständen, z.B. durch Ordnen nach der Länge, vorgenommen werden (Hasemann & Gasteiger, 2014).



Chris hat einen blauen, einen grünen, einen roten und einen gelben Würfel.

Chris will durch Übereinanderstapeln aller 4 Würfel einen Turm bauen.

Welcher Rechenausdruck gibt die Anzahl der Möglichkeiten verschiedener Türme an?

Kreuzen Sie bitte ein Kästchen an.

☐ ₁ $4 + 4 + 4 + 4$

☐ ₂ $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4$

☐ ₃ $4 \cdot 3 \cdot 2$

☐ ₄ $4 + 3 + 2$

Abbildung 2.3: Item *Türme* (richtige Lösung: 3)

Das Item *Türme* (Abb. 2.3) aus der Domäne DKZ repräsentiert einen Inhalt aus dem Bereich der Kombinatorik, der insbesondere für handlungsorientierte erste Erfahrungen im Elementarbereich geeignet ist (Kaufmann, 2011). Der Umgang mit Bauklötzen ist den Kindern im Elementarbereich aus Spielsituationen bekannt; diese Situationen können Ausgangspunkt für erste kombinatorische Überlegungen sein, indem die Kinder beispielsweise möglichst viele verschiedene Türme finden sollen. Hierbei ist es für die Fachkraft wichtig, selbst eine Vorstellung über Art und Anzahl der Lösung zu haben, um wiederum die Lösungen der Kinder einordnen und angemessene Impulse geben zu können.

Operationalisierung mathematikdidaktischen Wissens angehender frühpädagogischer Fachkräfte

In Studien zur Lehrerbildung wird das mathematikdidaktische Wissen als zwei- bzw. dreidimensionales Konstrukt verstanden, das mathematikspezifisches planungs- und interaktionsbezogenes Wissen (Döhrmann, Kaiser & Blömeke, 2010) bzw. das Wissen über mathematikspezifische Repräsentationsformen und Erklärungsansätze, Denkweisen der Schüler/innen und das Potenzial von eingesetzten Aufgaben umfasst (Krauss et al., 2008). Im Projekt KomMa liegt der inhaltlichen Ausdifferenzierung des mathematikdidaktischen Wissens eine Analyse aller Bildungspläne für Kindertageseinrichtungen in den 16 Bundesländern zu Grunde (Jenßen et al., 2015c). Das für das im Projekt entwickelte Modell der kognitiven Dispositionen (vgl. Abb. 2.1) unterscheidet dabei vier Subdimensionen: (1) Wissen über die mathematische Entwicklung von Kindern im Alter von drei bis sechs Jahren; (2) Wissen über die Gestaltung von geplanten und situativen mathematischen Bildungsprozessen; (3) Wissen über Diagnostik im Bereich Mathematik; (4) Wissen über Förderung im Bereich Mathematik.

Diese zeigen auch Anschlussfähigkeit an die aus der Lehrerbildung bekannten Dimensionen, indem sie zwischen vorbereitungs- bzw. planungsbezogenen Aspekten (Dimensionen 1 und 3) und interaktionsbezogenen Aspekten unterscheiden (Dimensionen 2 und 4). Die weitere inhaltliche Ausdifferenzierung der vier Dimensionen erfolgte ebenfalls auf Basis der Bildungsplananalyse und einschlägiger Fachliteratur (ebd.). Im Folgenden werden vier Aufgabenbeispiele gegeben und im Kompetenzmodell des Projekts KomMa sowie der einschlägigen Fachliteratur verortet.

Max und Mia haben jeder vier verschiedengroße Spielzeugautos in eine Reihe gestellt. Max Autos stehen weiter auseinander, so dass seine Reihe länger ist. Max behauptet: „Ich habe mehr Autos.“

Warum könnte Max zu dieser Behauptung gekommen sein?

Kreuzen Sie bitte ein Kästchen an.

- ☐₁ Max weiß noch nicht, dass die Länge der Reihe keinen Einfluss auf die Anzahl der Autos hat.
- ☐₂ Max weiß noch nicht, dass die Reihenfolge der Autos keinen Einfluss auf deren Anzahl hat.
- ☐₃ Max weiß noch nicht, dass die Größe der Autos nichts über die Anzahl der Autos sagt.
- ☐₄ Max weiß noch nicht, dass es egal ist, in welcher Reihenfolge die Autos in der Reihe stehen.

Abbildung 2.4: Item Spielzeugautos (richtige Lösung: 1)

Das Item *Spielzeugautos* (Abb. 2.4) ist der Dimension 1, Wissen über mathematische Entwicklung von Kindern, zugeordnet. Diese Dimension berücksichtigt Wissen, das sich auf

zentrale Entwicklungsschritte bezieht, die Kinder in bestimmten mathematischen Bereichen in der Regel durchlaufen (z. B. Entwicklung des Zahlbegriffs). Dieses Wissen wird als grundlegend angesehen, um weitere Angebote für die Kinder im Sinne der Zone der nächsten Entwicklung konzipieren zu können (Anders, 2012). Das Item Spielzeugautos greift dabei die Invarianz als einen Teilaspekt der Zahlbegriffsentwicklung auf, der im Alltag der Kindertageseinrichtung häufig vorkommt (z. B. beim Tischdecken, bei der Ausgabe von Scheren usw.; Kaufmann, 2011). Die Fachkräfte sollten Invarianz daher inhaltlich kennen, um Kinder bei deren Erwerb unterstützen zu können, indem sie sie beispielsweise explizit auffordern „Gib jedem Kind bitte eine Schere in die Hand.“ statt „Hole bitte für alle Kinder Scheren.“.

Das Item *Raum-Lage-Beziehungen* ist der Dimension 2, Gestaltung von situativen und geplanten mathematischen Bildungsprozessen, zugeordnet. Den Teilnehmer/innen werden mehrere Aktivitäten aus dem Kindergartenalltag genannt, z.B. Gegenstände mit verbundenen Augen untersuchen; ein Bauwerk so beschreiben, dass andere Kinder es nachbauen können oder in einem Flur die dritte Tür benennen. Die Teilnehmer/innen sollen die Aktivität ankreuzen, die das Verständnis der Raum-Lage-Beziehung vertieft.

Mit der Dimension 2 wird der Kern der alltäglichen Arbeit der frühpädagogischen Fachkräfte erfasst: die Begleitung von mathematischen Bildungsprozessen in freien Spielsituationen und vorbereiteten Angeboten (Hasemann & Gasteiger, 2014). Raum-Lage-Beziehungen wurden dabei in Abschnitt 2.2 bereits aus fachwissenschaftlicher Perspektive als bedeutsam für elementare mathematische Bildung identifiziert. Hier wird jetzt der Bezug zum Alltag der Kindertagesstätte hergestellt.

Das Item *Mengen* ist der Dimension 3, Wissen über Diagnostik im Bereich Mathematik, zugeordnet. Geschildert wird eine Situation beim Mittagessen zwischen Pia (4 Jahre) und Lea (3 Jahre): Pia möchte Lea Salat auffüllen und fragt, wie viel Lea möchte. Daraufhin zeigt Lea zehn Finger. Pia fragt, ob sie wirklich so viel möchte, woraufhin Lea nur noch fünf Finger zeigt. Pia beginnt den Salat aufzufüllen. Lea zieht den Teller nach dem ersten Löffel weg, was Pia irritiert. Die der Praxis entnommene Situation kann dabei so interpretiert werden, dass die Anzahl der Finger für die Mädchen eine unterschiedliche Bedeutung hat: für Lea Mengen im Sinne von viel oder wenig und für Pia eine bestimmte Anzahl von Löffeln. Diese unterschiedliche Bedeutung soll von den Teilnehmer/innen erkannt werden.

Die Dimension (3) erfasst einerseits Aspekte der Beobachtung und Dokumentation im Kindergartenalltag (Laewen, 2010) und andererseits Aspekte individueller Diagnostik der kindlichen Entwicklung im Bereich Mathematik (Walter-Laager et al., 2014). Beide Bereiche

sind von zentraler Bedeutung, da sie es ermöglichen adaptiv auf die Aktivitäten der Kinder zu reagieren. Das Item Mengen schildert dabei eine alltägliche und mathematikhaltige Situation, deren mathematischer Gehalt aber erst durch die Wahrnehmung und Impulse der Fachkräfte genutzt werden kann.

Das Item *Förderung im Alltag* (Abb. 2.5) wird der Dimension 4, Förderung im Bereich Mathematik, zugeordnet. In dieser Dimension wird vor allem Wissen über die Förderung von Kindern mit besonderen Bedürfnissen im Bereich des mathematischen Lernens erfasst und auf den Einsatz von spezifischen mathematischen Förderprogrammen für alle Kinder einer Gruppe eingegangen. Damit werden zentrale Diskussionspunkte der frühpädagogischen mathematikdidaktischen Diskussion aufgegriffen (Deutscher & Selter, 2013; Hasemann & Gasteiger, 2014). Das Item Förderung im Alltag fokussiert dabei auf die Förderung in alltäglichen Situationen, welche zwar ein hohes Maß an Motivation und Eigenaktivität voraussetzt, aber zugleich eine konkrete Anwendung der Inhalte fördert und an den natürlichen Lerngelegenheiten der Kinder ansetzt (Hasemann & Gasteiger, 2014).

Die mathematische Entwicklung verläuft nicht bei allen Kindern gleich. Es gibt Kinder, denen Mathematik besonders zufällt („leistungsstarke Kinder in Mathematik“) und es gibt Kinder mit Schwierigkeiten beim Lernen von Mathematik („Risikokinder“).

Kreuzen Sie bitte an, für welche Gruppe von Kindern die folgende Aussage zur mathematischen Förderung zutrifft.

Kreuzen Sie bitte ein Kästchen an.

	Trifft zu für:			
	Leistungsstarke Kinder in Mathe	Risikokinder in Mathe	beide Gruppen	keine der Gruppen
Förderung sollte möglichst häufig in alltäglichen Situationen erfolgen	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 4

Abbildung 2.5: Item Förderung im Alltag (richtige Lösung: 3)

Differenzielle Validität der Leistungstests

Methode

Auf der Grundlage des in Abschnitt 2.1 gezeigten Kompetenzmodells sind damit insgesamt drei Leistungstests zur Erfassung des mathematischen-, mathematikdidaktischen- und allgemein-pädagogischen Wissens entwickelt worden. In den Abschnitten 2.2 und 2.3 wurde exemplarisch die Operationalisierung des mathematischen- und mathematikdidaktischen Wissens vorgestellt. Beide Leistungstests wurden mittlerweile im Feld eingesetzt, so dass auch empirische Daten vorliegen, die in Tab. 3.1 zusammengefasst sind.

Tabelle 3.1: Gütekriterien der KomMa-Leistungstests

Instrument	Itemanzahl	Reliabilität	Validität
KomMa-Mathematiktest	24	0.88	<ul style="list-style-type: none"> • Inhaltsvalidität (Jenßen, Dunekacke & Blömeke, 2015a) • Konstruktvalidität (Jenßen et al., 2015b)
KomMa-Mathematikdidaktiktest	36	0.87	<ul style="list-style-type: none"> • Inhaltsvalidität (Jenßen et al., 2015a) • Prognostische Validität (Dunekacke, Jenßen & Blömeke, 2015a; 2015b)

Validität gilt als eines der zentralsten Gütekriterien der Testentwicklung, welches gleichzeitig am schwierigsten nachzuweisen ist (Jenßen et al., 2015a). Im Rahmen des Projekts KomMa wurden mit der Inhalts-, Konstrukt- und Kriteriumsvalidität bislang drei zentrale Facetten der Validität berücksichtigt (Hartig, Frey & Jude, 2012). Ergänzend dazu wird die differenzielle Validität als eine weitere Facette benannt (Kubinger, 2006, S. 68). Hierbei wird davon ausgegangen, dass der Test zwischen zwei Gruppen unterscheiden soll, die sich aufgrund theoretischer Annahmen in ihrer Testleistung unterscheiden müssten (ebd.). Im Fall des Projekts KomMa sind die beiden Tests zur Erfassung des mathematischen- und mathematikdidaktischen Wissens so konstruiert, dass sie spezifisches Wissen angehender frühpädagogischer Fachkräfte erfassen.

Eine Gruppe, die sich begründet von diesen unterscheiden lassen, sind angehende Grundschullehrkräfte. Einerseits streben diese ebenfalls eine Tätigkeit mit Kindern in einem ähnlichen Alter an, bzw. baut ihre spätere Tätigkeit auf der des Elementarbereichs auf, so dass sie ebenfalls bestimmte Kenntnisse beispielsweise über die mathematische Entwicklung von Kindern in diesem Alter erwerben sollten. Andererseits, sind die Grundschule und damit auch die Ausbildung von Grundschullehrkräften durch eigene Spezifika gekennzeichnet, wie beispielsweise eine höhere Lernzielorientierung, die auch eigenständiges und vom frühpädagogischen abgegrenztes professionelles Wissen erfordert. Wenn die entwickelten Tests differenziell valide sind, so müssten die angehenden frühpädagogischen Fachkräfte diese entsprechend besser als die angehenden Grundschullehrkräfte bearbeiten.

Die Facette der differenziellen Validität wurde im Projekt KomMa auch empirisch untersucht, indem die Tests (vgl. Tab. 3.1) einerseits bei 290 angehenden frühpädagogische Fachkräfte, die an fünf Fachschulen in Berlin und Niedersachsen ausgebildet werden, eingesetzt wurde und andererseits bei 122 angehende Grundschullehrkräfte, die in Berlin, Brandenburg und Mecklenburg-Vorpommern studieren. Die Datenerhebungen wurden im Schul- bzw. Wintersemester 2013/14 durchgeführt. Die Grundschullehrkräfte bearbeiteten beide Leistungstests an einem Messzeitpunkt, die frühpädagogischen Fachkräfte hingegen an zwei, da aufgrund des Forschungsdesigns zu beiden Messzeitpunkten noch andere Konstrukte miter-

hoben wurden. Die Testungen wurden von den Projektmitarbeiter/innen durchgeführt. 84% der Teilnehmer/innen in der Gesamtstichprobe waren weiblich. Von den angehenden Grundschullehrkräften studierten 54% nach eigenen Angaben das Fach Mathematik, wobei zu beachten ist, dass die Stichprobe an unterschiedlichen Universitäten studierte.

Um die differenzielle Validität zu prüfen, würde sich ein Vergleich von Lösungshäufigkeiten bzw. die Berechnung von Mittelwertunterschieden anbieten. Beide Möglichkeiten konnten hier nicht angewendet werden, da die Stichproben eine sehr unterschiedliche Größe aufweisen, nicht repräsentativ sind und zudem auch keine Messinvarianz für die Gruppen gezeigt werden konnte. Daher wird ein bislang wenig bekanntes Verfahren gewählt¹¹, bei dem die Lösungshäufigkeiten einzelner Items, die von Teilnehmenden unterschiedlicher Stichproben bearbeitet wurden, zueinander in Relation gesetzt werden können. Dies ist im Weitesten Sinne der Berechnung ipsativer Werte entlehnt (Blömeke et al., 2010), jedoch beruht das hier vorgestellte Verfahren ausschließlich auf der Verwendung der Lösungshäufigkeiten.

Um die Ergebnisse der beiden Gruppen trotz der unterschiedlichen Gruppengrößen in Relation zueinander zu setzen, wird ein Faktor berechnet, der den Quotient aus der relativen Lösungshäufigkeit einer der Teilgruppen (frühpädagogische Fachkräfte oder Grundschullehrkräfte) und der relativen Lösungshäufigkeit der Gesamtstichprobe darstellt.

$$\text{Faktor (Gruppe)} = \frac{\text{rel. Lösungshäufigkeit (Gruppe)}}{\text{rel. Lösungshäufigkeit (Gesamtstichprobe)}}$$

Die Lösungshäufigkeit ergibt sich aus dem Anteil der korrekt gelösten Items an allen Items. Die Lösungshäufigkeit der Gesamtgruppe ergibt sich, indem die Lösungshäufigkeiten der Teilgruppen addiert und durch die Anzahl der Teilgruppen geteilt werden. Da in dieser Studie für alle Teilgruppen der Gesamtstichprobe auch Faktoren berechnet werden, können diese einen Wert im Intervall [0,2] annehmen.

Wird für die angehenden frühpädagogischen Fachkräfte beispielsweise ein Faktor von 1,02 ermittelt, so bedeutet dies, dass ihre relative Lösungshäufigkeit 1,02-mal so groß ist wie die der Gesamtstichprobe. Ein Faktor von 0,35 bedeutet dementsprechend, dass die Lösungshäufigkeit der angehenden frühpädagogischen Fachkräfte 0,35-mal so klein wie die Lösungshäufigkeit der Gesamtstichprobe ist. Faktoren < 1 können als relative Schwäche der betrachteten Gruppe gegenüber der Gesamtgruppe, Faktoren = 1 als gleiches Abschneiden der beiden

¹¹ Das Verfahren wurde im Rahmen einer Masterarbeit an der Universität Hamburg entwickelt, die eine vergleichende Analyse auf Basis der deutschen und norwegischen Daten der TEDS-M Studie durchgeführt hat (Lüssenhop, 2013).

Gruppen und Faktoren > 1 als relative Stärke der betrachteten Gruppe interpretiert werden. Je näher die Faktoren gegen 1 tendieren, desto geringer sind die relativen Stärken bzw. Schwächen und desto näher liegen die beiden Gruppen beieinander. Relative Stärke bzw. Schwäche verdeutlicht, dass dies keine generelle Stärke bzw. Schwäche der betrachteten Gruppe ist, sondern diese Aussage nur in Bezug auf die betrachtete Gesamtstichprobe gesehen werden kann.

Im Sinne der differenziellen Validität müsste die Bearbeitung der Tests den frühpädagogischen Fachkräften mit einer relativen Stärke gegenüber der Gesamtgruppe gelingen, da die Tests spezifisches Wissen für diese Zielgruppe erfassen. Gerade für das mathematische Fachwissen muss aber davon ausgegangen werden, dass die angehenden Grundschullehrkräfte mit höheren Eingangsvoraussetzungen die Ausbildung beginnen (Abitur statt mittlerem Bildungsabschluss) und teilweise, da einige Mathematik als Unterrichtsfach studieren, auch im Studium weitere spezifische Lerngelegenheiten haben, die ihnen die Bearbeitung der Tests erleichtern könnte. Auch bezogen auf das mathematikdidaktische Wissen kann gerade für die angehenden Grundschullehrkräfte, die Mathematik als Unterrichtsfach studieren, davon ausgegangen werden, dass sie sich auch mit dem Themenbereich der frühen mathematischen Bildung beschäftigen und ihnen dies bei der Bearbeitung des Tests zu Gute kommt. Darüber hinaus haben theoretische und empirische Analysen im Projekt KomMa gezeigt, dass die angehenden frühpädagogischen Fachkräfte überwiegend nur sehr wenige intendierte (Jenßen et al., 2015c) und implementierte (Blömeke et al., im Druck) Lerngelegenheiten im Bereich Mathematikdidaktik haben.

Ergebnisse

Im Folgenden werden die Ergebnisse dieser deskriptiven differenziellen Validierung dargestellt. Dem Aufbau in Abschnitt 2 folgend, wird zunächst auf die Ergebnisse für das mathematische Fachwissen und daran anschließend auf die für das mathematikdidaktische Wissen eingegangen. Alle Ergebnisse sind in Tabelle 4.1 dargestellt.

Für das mathematische Fachwissen zeigt sich in Tab. 4.1 (Zeile 1), dass die Grundschullehrkräfte im gesamten Test eine relative Stärke gegenüber der Gesamtgruppe zeigen. Dies könnte ein Hinweis darauf sein, dass die angehenden Grundschullehrkräfte im Vergleich zu den angehenden frühpädagogischen Fachkräften über ein umfangreicheres mathematisches Fachwissen verfügen. Es lässt sich vermuten, dass die angehenden Grundschullehrkräften bei der Bearbeitung der Testaufgaben wie erwartet vom höheren Eingangsniveau in die Ausbildung und den teilweise fachspezifischen Lerngelegenheiten profitiert haben könnten. Dieses globale Ergebnis spiegelt sich auch in den betrachteten Items wieder. Hier ist allerdings zu

beobachten, dass die Leistungen der beiden Gruppen bei den Items zu den inhaltlichen Subdomänen Zahlen, Mengen und Operationen (ZMO) sowie Form, Raum und Veränderung (FRV) deutlich enger zusammen liegen als für die Subdomänen Größen, Messen und Relationen (GMR) sowie Daten, Kombinatorik und Zufall (DKZ). Dieses Ergebnis könnte darauf zurückzuführen sein, dass die Inhaltsdomänen ZMO und FRV weltweit zum Kerncurriculum des Mathematikunterrichts gehören und damit ein gutes Grundlagenwissen bei allen Teilnehmenden unabhängig vom Schwerpunkt der Ausbildung erwartet werden kann (Schmidt et al., 1997).

Tabelle 4.1: Lösungshäufigkeiten und Faktoren

Item	N		Lösungshäufigkeit in Prozent		Faktor	
	FPFK	GSL	FPFK	GSL	FPFK	GSL
Mathematisches Fachwissen	290	122	48,5	75,5	0,78	1,22
Division mit Rest; ZMO	284	121	86,6	98,4	0,94	1,06
Würfelgebäude; FRV	287	124	63,8	81,5	0,88	1,12
Türme; DKZ	286	120	13,6	64,2	0,35	1,65
Tierbeine; GMR	280	121	5,4	36,4	0,26	1,74
Mathematikdidaktisches Wissen	290	122	49,9	65,0	0,87	1,13
Raum-Lage-Beziehungen	287	124	23,3	66,9	0,52	1,48
Mengen	287	125	19,2	29,6	0,79	1,21
Spielzeugautos	286	125	81,8	94,4	0,93	1,07
Förderung im Alltag	287	124	82,2	79,0	1,02	0,98

FPFK = Frühpädagogische Fachkräfte; GSL = Grundschullehrkräfte

Auch für das mathematikdidaktische Wissen zeigt sich eine relative Stärke der zukünftigen Grundschullehrkräfte im gesamten Test (vgl. Tab. 4.1, Zeile 6), wenngleich diese geringer ist als beim mathematischen Fachwissen. Hierin könnte sich möglicherweise, wie oben bereits vermutet, die Schnittmenge zwischen der mathematikdidaktischen Ausbildung der Grundschullehrkräfte und der frühen mathematischen Bildung sowie die fehlenden Lerngelegenheiten der angehenden frühpädagogischen Fachkräfte im Bereich Mathematik widerspiegeln. Auch bei den betrachteten Items spiegelt sich dies wieder. Bei den Items Spielzeugautos und Förderung im Alltag zeigen die Gruppen nahezu identische Leistungen. Beide Items umschreiben die zu Grunde liegenden fachlichen Konzepte bzw. betten sie sehr eng in die konkrete frühpädagogische Praxis ein (vgl. Abschnitt 2.3). Bei dem Item Förderung im Alltag könnten die angehenden frühpädagogischen Fachkräfte möglicherweise auch von Wissen, welches sie in anderen Kontexten der Ausbildung zur Förderung erworben haben, profitiert haben. Darüber hinaus wäre aus der Perspektive der Testkonstruktion zu fragen, inwieweit die Aufgaben durch die Verwendung einer akademischen Sprache den angehenden Grundschullehrkräften einen Vorteil boten. Dieses könnte sich z.B. gerade bei Items äußern, in die Fachbegriffe eingeflossen sind, wie beispielsweise die hier präsentierten Items Raum-Lage-

Beziehung und Mengen. Angesichts der immer schwierigen präzisen Abgrenzung von Mathematik und Mathematikdidaktik ist es zudem möglich, dass bei einzelnen mathematikdidaktischen Items auch die mathematische Stärke der Grundschullehrkräfte eine Hilfe war.

Zusammenfassung

In dem vorliegenden Beitrag wurde zunächst das im Rahmen des Projekts KomMa entwickelte Modell professionellen Wissens angehender frühpädagogischer Fachkräfte im Bereich Mathematik vorgestellt und an ausgewählten Itembeispielen gezeigt, wie dieses Wissen für standardisierte Tests operationalisiert werden kann. Im zweiten Teil des Beitrages wurde anhand einer kleinen empirischen Studie auf die differenzielle Validität der entwickelten Tests eingegangen.

In Abschnitt 2 konnte an ausgewählten Beispielen ein Einblick in eine mögliche Operationalisierung mathematischen und mathematikdidaktischen Wissens angehender frühpädagogischer Fachkräfte gegeben werden. Aufbauend auf der theoretischen Konzeptualisierung nach Shulman (1986) wurde ein Test mit insgesamt 24 Items zur Erfassung des mathematischen Fachwissens entwickelt, die die vier mathematischen Inhaltsbereiche Zahlen, Mengen und Operationen; Form, Raum und Veränderung; Größen, Messen und Relationen sowie Daten, Kombinatorik und Zufall abbilden. Die Items erfassen elementare mathematische Inhalte, jedoch auf einem höheren Niveau.

Zur Erfassung des mathematikdidaktischen Wissens wurde ein Test mit insgesamt 36 Items entwickelt. Theoretisch wurden vier Dimensionen des mathematikdidaktischen Wissens identifiziert (vgl. Abb. 2.1) und bildeten die Grundlage für die Testkonstruktion. Hierzu zählen Entwicklungspsychologisches Wissen im Bereich Mathematik, die Gestaltung von geplanten und situativen mathematischen Bildungsprozessen, Diagnostik und Förderung im Bereich Mathematik. Die Aufgabenbeispiele geben einen Eindruck davon, wie mathematikdidaktisches Wissen operationalisiert wurde und welche Bedeutung diesem Wissen im frühpädagogischen Kontext zukommt. Beide Tests wurden mittlerweile in unterschiedlichen empirischen Studien eingesetzt, die gezeigt haben, dass die entwickelten Tests insgesamt auch gute Reliabilitäten aufweisen und die angenommenen Wissensdimensionen abbilden können (Blömeke et al., im Druck; Jenßen et al., 2015c), so dass insgesamt mit den beiden Tests eine Möglichkeit zur Erfassung des mathematischen und mathematikdidaktischen Wissens angehender frühpädagogischer Fachkräfte vorliegt.

Neben der Reliabilität gilt die Validität als eines der zentralsten Testgütekriterien (Hartig et al., 2012). In Abschnitt 3 wurde mit einem deskriptiven Verfahren eine erste Überprü-

fung der differenziellen Validität der Leistungstests vorgenommen. Mit der differenziellen Validität wird geprüft, ob der Test zwischen unterschiedlichen Gruppen unterscheiden kann. Hierzu wurden die Tests ergänzend bei einer kleinen Gruppe angehender Grundschullehrkräfte eingesetzt, da diese zwar auch einen pädagogischen Beruf anstreben, jedoch mit Kinder in einer anderen Altersgruppe arbeiten werden. Im Sinne der differenziellen Validität müssten die frühpädagogischen Fachkräfte die Aufgaben also besser bearbeiten, da der Test spezifisches Wissen für ihre Zielgruppe erfasst.

Die Ergebnisse zeigen, dass die angehenden Grundschullehrkräfte den Test zum mathematischen Fachwissen mit einer relativen Stärke gegenüber der Gesamtgruppe aus angehenden frühpädagogischen Fachkräften und Grundschullehrkräften bearbeiten. Dieses Ergebnis ist zwar nicht im Sinne der differenziellen Validität, lässt sich aber möglicherweise, wie in Abschnitt 3 gezeigt wurde, mit den unterschiedlichen Eingangsvoraussetzungen in die Ausbildung und Lerngelegenheiten während der Ausbildung erklären. Ein ähnliches Bild zeigt sich auch beim Leistungstest zur Erfassung des mathematikdidaktischen Wissens. Auch dieser wurde von den angehenden Grundschullehrkräften mit einer relativen Stärke gegenüber der Gesamtgruppe bearbeitet. Allerdings liegen die beiden Gruppen hier deutlich dichter beieinander. Auch hier kann vermutet werden, dass fehlende spezifische Lerngelegenheiten bei den frühpädagogischen Fachkräften bzw. das Aufgreifen von Fragen früher mathematischer Bildung in der Ausbildung der Grundschullehrkräfte Gründe für diesen Befund sein könnten.

Insgesamt zeigen die Ergebnisse, dass der Test, zumindest in dieser nicht repräsentativen Gelegenheitsstichprobe nur sehr eingeschränkt zwischen angehenden frühpädagogischen Fachkräften und Grundschullehrkräften differenziert, wenngleich sich diese Befunde theoretisch erklären lassen. Aufgrund des deskriptiven Charakters sind sie darüber hinaus nur eingeschränkt verallgemeinerbar und müssen in weiteren Studien repliziert und inferenzstatistisch überprüft werden. Da Validität weniger als einmalige feste Eigenschaft eines Tests, sondern vielmehr als eine Sammlung von theoretischen und empirischen Belegen unterschiedlicher Facetten der Validität eines Tests verstanden wird (Hartig et al., 2012), stellen diese Befunde nur eine kleinere Einschränkung der entwickelten Leistungstests zur Erfassung des mathematischen und mathematikdidaktischen Wissens angehender frühpädagogischer Fachkräfte dar, da für beide Tests Belege zu anderen Aspekten der Validität vorliegen (Dunekacke et al., 2015a, 2015b, Jenßen et al., 2015a, 2015b).

Literatur

- Anders, Y. (2012). *Modelle professioneller Kompetenzen für fröhpädagogische Fachkräfte. Aktueller Stand und ihr Bezug zur Professionalisierung. Expertise zum Gutachten "Professionalisierung in der Fröhpädagogik"*: Aktionsrat Bildung.
- Blömeke, S., Dunekacke, S., Jenßen, L., Suhl, U., Grassmann, M., & Wedekind, H. (im Druck). Leistungstests zur Messung der professionellen Kompetenz fröhpädagogischer Fachkräfte. Im Druck in *Zeitschrift für pädagogische Psychologie*.
- Blömeke, S., Kaiser, G., Döhrmann, M., Suhl, U., & Lehmann, R. (2010). Mathematisches und mathematikdidaktisches Wissen angehender Primarstufenlehrkräfte im internationalen Vergleich. In S. Blömeke, G. Kaiser & R. Lehmann (Hrsg.), *TEDS-M 2008 – Professionelle Kompetenz und Lerngelegenheiten angehender Primarstufenlehrkräfte im internationalen Vergleich* (S. 195-252). Münster: Waxmann.
- Blömeke, S., & Zlatkin-Troitschanskaia, O. (2013). *The German funding initiative "Modeling and Measuring Competencies in Higher Education": 23 research projects on engineering, economics and social sciences, education and generic skills of higher education students. (Vol. 3)*. Berlin, Mainz: Humboldt-Universität zu Berlin, Johannes Gutenberg Universität Mainz.
- Common Core State Standards Initiative. (2014). *Common Core State Standards for Mathematics.*, from http://www.corestandards.org/wp-content/uploads/Math_Standards.pdf [25.02.15].
- Deutscher, T., & Selter, C. (2013). Frühe mathematische Bildung - Forschungsbefunde und Förderkonzepte. In M. Stamm & D. Edelmann (Hrsg.), *Handbuch frühkindliche Bildungsforschung*. (S. 543-556). Wiesbaden: Springer.
- Dunekacke, S., Jenßen, L., & Blömeke, S. (2015a). Effects of Mathematics Content Knowledge on Pre-school Teachers' Performance: a Video-Based Assessment of Perception and Planning Abilities in Informal Learning Situations. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 13, 267-286.
- Dunekacke, S., Jenßen, L., & Blömeke, S. (2015b). Mathematikdidaktische Kompetenz von Erzieherinnen und Erziehern. Validierung des KomMa-Leistungstests durch die videogestützte Erhebung von Performanz. *Zeitschrift für Pädagogik*, 61. Beiheft, 80-98.
- Döhrmann, M., Kaiser, G., & Blömeke, S. (2010). Messung des mathematischen und mathematikdidaktischen Wissens: Theoretischer Rahmen und Teststruktur. In S. Blömeke, G. Kaiser & R. Lehmann (Hrsg.), *TEDS-M 2008. Professionelle Kompetenz und Lerngelegenheiten angehender Primarstufenlehrkräfte im internationalen Vergleich*. (S. 177-194). Münster: Waxmann.
- European Commission, EACEA, Eurydice & Eurostat (2014). *Key Data on Early Childhood Education and Care in Europe. 2014 Edition. Eurydice and Eurostat Report*. Luxembourg: Publications Office of the European Union.
- Fröhlich-Gildhoff, K., Nentwig-Gesemann, I., & Pietsch, S. (2011). *Kompetenzorientierung in der Qualifizierung fröhpädagogischer Fachkräfte*. München: Deutsches Jugendinstitut.
- Ginsburg, H. P., & Ertle, B. (2008). Knowing the mathematics in early childhood mathematics. In O. N. Saracho & B. Spodek (Hrsg.), *Contemporary perspectives on mathematics in early childhood education*. (S. 45-66). Charlotte, NC: Information AGE.
- Grüßing, M. (2009). Mathematische Kompetenzentwicklung zwischen Elementar- und Primarbereich: Zusammenfassung und Forschungsdesiderata. In A. Heinze & M. Grüßing (Hrsg.), *Mathematiklernen vom Kindergarten bis zum Studium. Kontinuität und Kohärenz als Herausforderung für den Mathematikunterricht*. (S. 53-58). Münster: Waxmann.
- Grüßing, M. (2010). Die Entwicklung mathematischen Denkens in Kindergarten und Grundschule. In M. Grüßing & A. Peter-Koop (Hrsg.), *Die Entwicklung mathematischen Denkens in Kindergarten und Grundschule: Beobachten – Fördern – Dokumentieren*. (3. Aufl., S. 5-9). Offenburg: Mildenberger.
- Hartig, J., Frey, A., & Jude, N. (2012). Validität. In H. Moosbrugger & A. Kelava (Hrsg.), *Testtheorie und Fragebogenkonstruktion*, 2. Aufl. (S. 143 – 171). Heidelberg: Springer.
- Hasemann, K. (2010). Mathematische Einsichten von Kindern im Vorschulalter. In M. Grüßing & A. Peter-Koop (Hrsg.), *Die Entwicklung mathematischen Denkens in Kindergarten und Grundschule: Beobachten – Fördern – Dokumentieren*. 3. Aufl. (S. 67-79). Offenburg: Mildenberger.

- Hasemann, K., & Gasteiger, H. (2014). Mathematiklernen im Übergang Kindergarten - Grundschule. In K. Hasemann & H. Gasteiger (Hrsg.), *Anfangsunterricht Mathematik* (S. 43-61). Berlin: Springer.
- Jenßen, L., Dunekacke, S., & Blömeke, S. (2015a). Qualitätssicherung in der Kompetenzforschung: Empfehlungen für den Nachweis von Validität in Testentwicklung und Veröffentlichungspraxis. *Zeitschrift für Pädagogik*, 61. Beiheft, 11-31.
- Jenßen, L., Dunekacke, S., Eid, M., & Blömeke, S. (2015b). The Relationship of Mathematical Competence and Mathematics Anxiety in prospective Pre-School Teachers-An Application of Latent State-Trait Theory. *Zeitschrift für Psychologie*, 223(1), 31-39.
- Jenßen, L., Dunekacke, S., Baack, W., Tengler, M., Koinzer, T., Schmude, C., Wedekind, H., Grassmann, M. & Blömeke, S. (2015c). KomMa: Kompetenzmodellierung und Kompetenzmessung bei fröhpädagogischen Fachkräften im Bereich Mathematik. In B. Koch-Priewe, A. Köker, J. Seifried & E. Wuttke (Hrsg.), *Kompetenzen von Lehramtsstudierenden und angehenden ErzieherInnen* (S.59-79).
- Kaufmann, S. (2011). *Handbuch für die frühe mathematische Bildung*. Braunschweig: Schroedel.
- Klein, F. (1908). *Elementarmathematik vom höheren Standpunkte aus. Arithmetik, Algebra, Analysis*. Berlin: Springer.
- KMK (Kultusministerkonferenz). (2004). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich: Beschluss vom 15.10.2004*.
- Krauss, S., Neubrand, M., Blum, W., Baumer, J., Brunner, M., Kunter, M., & Jordan, A. (2008). Die Untersuchung des professionellen Wissens deutscher Mathematik-Lehrerinnen und -Lehrer im Rahmen der COACTIV-Studie. *Journal für Mathematikdidaktik*, 29(3/4), 223-258.
- Kretschmann, R. (2004). Lesen, Schreiben, Rechnen - schon im Kindergarten? In I. Wehrmann (Hrsg.), *Kindergärten und ihre Zukunft* (S. 220-234). Weinheim: Beltz.
- Kubinger, K. D. (2006). *Psychologische Diagnostik. Theorie und Praxis psychologischen Diagnostizierens*. Göttingen: Hogrefe.
- Laewen, H.-J. (2010). Was Bildung und Erziehung in Kindertageseinrichtungen bedeuten können. In H.-J. Laewen & B. Andres (Hrsg.), *Forscher, Künstler, Konstrukteure. Werkstattbuch zum Bildungsauftrag von Kindertageseinrichtungen. 3. Aufl.* (S. 33-69). Berlin: Cornelsen.
- Lüssenhop, M. (2013). *How Well Prepared Are Norwegian And German Future Teachers To Teach Algebra And Arithmetic In Secondary School? An Analysis Based On Data From TEDS-M 2008*. Masterthesis, Universität Hamburg.
- Rathgeb-Schnierer, E. (2012). Mathematische Bildung. In S. Andresen, K. Hurrelmann, C. Palentien & W. Schröder (Hrsg.), *Elementarbildung*. (S. 50-85). Weinheim: Beltz.
- Schmidt, W. H., McKnight, C. C., Valverde, G., Houang, R. T., & Wiley, D. E. (1997). *Many Visions, Many Aims: A Cross-National Investigation of Curricular Intentions in School Mathematics*. Wiesbaden: Springer.
- Shulman, L. (1986). Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. *Educational Researcher*, 15(4), 4-14.
- Walter-Laager, c., Pfiffner, M., Bruns, J., & Schwarz, J. (2014). Beobachten und Dokumentieren. Basis zur chancengerechten Gestaltung des pädagogischen Alltags. In C. Walter-Laager, M. Pfiffner & K. Fasseing Heim (Hrsg.), *Vorsprung für alle. Erhöhung der Chancengerechtigkeit durch Projekte in der Frühpädagogik*. (S. 132-167). Bern: hep.
- Weinert, F. E. (2001). Concept of Competence: A Conceptual Classification. In D. S. Rychen & L. H. Salganik (Hrsg.), *Defining and Selecting Key Competencies*. Göttingen: Hogrefe.
- Winkelmann, H., Robitzsch, A., Stanat, P., & Köller, O. (2012). Mathematische Kompetenzen in der Grundschule. Struktur, Validierung und Zusammenspiel mit allgemeinen kognitiven Fähigkeiten. *Diagnostica*, 58(1), 15-30.
- Wittmann, E. C. (2004). Design von Lernumgebungen zur mathematischen Frühförderung. In G. Faus, M. Götz, H. Hacker & H.-G. Roßbach (Hrsg.), *Anschlussfähige Bildungsprozesse im Elementar- und Primarbereich*. (S. 49-63). Bad Heilbrunn: Klinkhardt.
- Wittmann, G., Schuler, S., & Levin, A. (2015). To what extent can kindergarten teachers and primary school teachers initiate and foster learning mathematics in typical situations? *Paper presented at the Ninth Congress of European Research in Mathematics Education (CERME 9)*, Prag.

Anhang E

Dunekacke, S., Jenßen, L., & Blömeke, S. (2015). Effects of Mathematics Content Knowledge on Pre-school Teachers' Performance: a Video-Based Assessment of Perception and Planning Abilities in Informal Learning Situations. *International Journal of Science and Mathematics Education.*, 13, 267-286. DOI: 10.1007/s10763-014-9596-z.

Effects of Mathematics Content Knowledge on Pre-school Teachers' Performance: a Video-Based Assessment of Perception and Planning Abilities in Informal Learning Situations

Simone Dunekacke, Lars Jenßen & Sigrid Blömeke

Abstract

This study addresses the relation of pre-school teachers' mathematics content knowledge and their performance—how they perceive mathematical learning situations and whether they are able to plan adequate actions that foster children's learning—in the informal settings of pre-schools. It thus addresses a serious gap in teacher research that has so far mostly been focussed on the formal settings of primary and secondary schools. The paper presents the instruments used to assess the knowledge (a paper–pencil test) and the performance (a video-based assessment), as well as the results of a study involving 354 prospective pre-school teachers. The results indicate that mathematical content knowledge is a significant predictor of the pre-school teachers' ability to perceive learning situations and to plan educational actions to foster learning. Such evidence not only supports the validity of the knowledge test, but it is also relevant for policy makers because it leads to conclusions about the important opportunities to learn that need to be provided during pre-school teacher training.

Keywords

Informal learning, Mathematical content knowledge, Perception of situations, Pre-school teacher, Pre-school teacher performance, Pre-school teacher training, Validity, Video-based assessment.

Introduction

Validity is one of the three main quality criteria for questionnaires and achievement tests, next to objectivity and reliability. To ensure validity, it is crucial to “evaluate the plausibility of the claims based on the scores” (Kane, 2013, p. 1; Cronbach & Meehl, 1955). Thus, if we intend to argue that not only primary and secondary teachers need to have a sound content knowledge base for high-quality teaching—as convincingly demonstrated, for example, by Baumert, Kunter, Blum, Brunner, Voss, Jordan, Klusmann et al., 2010—the same applies to pre-school teachers (Anders, 2012; Ginsburg & Ertle, 2008), and the need to provide specific evidence that their knowledge is related to performance as well. Up to now, there is a lack of research regarding the knowledge and performance of prospective pre-school teachers in the field of mathematics in many countries (National Advisory Panel, 2008). Providing specific evidence with respect to pre-school teachers is even more important since their work-

ing conditions differ substantially from those of primary and secondary teachers. While these teachers work in formal, often highly structured classroom environments, pre-school teachers work in a more informal setting where they need to make use of unstructured situations if they want to foster children's development (Seo & Ginsburg, 2004; Warfield, 2001). These children are also much younger than primary or secondary students and need different forms of support for their mathematical learning processes (van Oers, 2009; Klibanoff, Levine, Huttenlocher, Vasilyeva & Hedges, 2006; Reynolds, 1995).

In the present study, we examine therefore whether mathematics content knowledge (MCK) is predictive for the ability of pre-school teachers being able to perceive the informal learning situations presented via video vignettes (PERC) and their ability to plan appropriate actions that foster children's mathematical learning (ACT). Providing such evidence is not only important from a methodological point of view as it would support the validity of the knowledge test used, but it is also relevant for policy makers because they can then draw conclusions about what type of opportunities for learning have to be provided during pre-school teacher training—in these cases such opportunities would be those that support pre-school teachers' MCK.

Mathematical Content Knowledge of Prospective Pre-School Teachers

Studies have revealed that young children are able to develop mathematical skills from an early age (Krajewski & Schneider, 2009; Duncan, Dowsett, Claessens, Magnuson, Huston, Klebanov, Pagani et al., 2006). The development of these skills depends on a stimulating learning environment and support, for example, by pre-school teachers (van Oers, 2009; Klibanoff et al., 2006; Reynolds, 1995). To be able to provide high-quality support, pre-school teachers need to identify and make use of situations in the informal settings of their workplace where mathematical issues are “naturally” embedded (Warfield, 2001; Seo & Ginsburg, 2004). It is not far-fetched to assume that pre-school teachers need corresponding knowledge (Ginsburg & Ertle, 2008, p. 46) and that this knowledge is very specific to this type of profession and thus different from primary and secondary school teachers' knowledge.

While there is a lack of studies focussing on pre-school teachers, studies focusing on prospective primary teachers may at least provide the first insights into the potential structure of pre-school teachers' knowledge and which knowledge facets are potentially relevant for the fostering of young children's mathematical learning (Ginsburg & Ertle, 2008, p. 46; Anders, 2012). Based on Shulman (1986), mathematics teachers' knowledge is often modelled as a three-dimensional construct including MCK, mathematics pedagogical content knowledge

(MPCK) and general-pedagogical knowledge (GPK). While this differentiation has been applied in different studies on the knowledge of primary teachers (e.g. Blömeke, Felbrich, Müller, Kaiser & Lehmann, 2008), Ball & Bass (2009) have made even further distinctions. Common to all models is how mathematics content knowledge is regarded as an important facet of teacher knowledge. “Yet subject matter understanding is essential in listening flexibly to others and hearing what they are saying or where they might be heading”, as well as its use for creating appropriate learning situations (Ball & Bass, 2000, p. 86).

The teacher studies revealed that the MCK of prospective primary teachers includes several mathematical subdomains and processes (Blömeke, Kaiser, Döhrmann, Suhl & Lehmann, 2010, p. 207). However, because of the research gaps with respect to pre-school teachers, we do not know whether the same structure applies to their MCK (Ginsburg & Ertle, 2008, p. 62; National Advisory Panel, 2008; Aubrey, 1994). As a starting point for our conceptualization, we have therefore internationally followed accepted teacher models of MCK and have distinguished between four subdomains, namely number and operations; measurement, quantity and relation; geometry; data, combinatorics and chance (Common Core State Standards Initiative, 2014; KMK, 2004). In addition, we have distinguished between five mathematical processes, namely problem solving, modelling, communicating, representing, reasoning and pattern and structuring (ibid.). By analysing the curricula for pre-school teacher education from all the federal states in Germany, as well as the standards for pre-school teachers in all states, we were able to provide evidence about the content validity for these distinctions, at least for the national context of our study (Jenßen, Dunekacke, Baack, Tengler, Wedekind, Grassmann & Blömeke, 2013).

Relation Between Knowledge and Performance

As in many primary school teacher studies, we modelled pre-school teachers' MCK as one of several cognitive and affective-motivational dispositions underlying successful performance in varying job situations. This functional notion of dispositions is based on Weinert (2001, p. 27) who called the overall construct “competence”. It requires, on the one hand, to take crucial job demands into consideration as has been done in our analysis of pre-school teaching standards from all the federal states, and then to define such subdomains and the processes of MCK assumed to underlie the successful mastery of these demands. It requires, on the other hand, thinking about the complex transformation of dispositions into performance (Blömeke, Gustafsson & Shavelson, in press). Weinert, Schrader & Helmke (1990) had pointed out from early on that competence is not the same as performance but that the situational application may depend on further skills. The Blömeke, König, Busse, Suhl, Benthien, Döhr-

mann & Kaiser (2014b) and Blömeke, Busse, Kaiser, König & Suhl (re-submitted after revisions) were able to provide evidence on this in several respects in the context of the study “TEDS-FU: Teacher Education and Development Study / Follow Up”. After about 3 years in the profession, secondary mathematics teachers’ knowledge and skills could be distinguished as involving two major factors: firstly, a factor including merely dispositional content-related knowledge facets (among others, MCK), and secondly, a factor including performance-related skills. Furthermore, they were able to show that the MCK acquired in teacher education was a particularly important predictor for the MCK that the teachers possessed 4 years later, and this again was an important predictor for several performance indicators such as their perception of classroom situations or speed in recognition of student errors (Blömeke et al., 2014b, re-submitted after revisions).

The present study basically follows this conceptualisation, but was adjusted to the specific situation of pre-school teachers based on Fröhlich-Gildhoff, Nentwig-Gesemann & Pietsch (2011, p. 17; see Fig. 1). Cognitive and affective-motivational dispositions are regarded as being preconditions in order to perceive pre-school situations as well as for planning appropriate actions that foster children’s mathematical learning (ACT) before the pre-school teachers finally act and evaluate their actions. With respect to the dispositions, we limited our study to MCK because we wanted to learn specifically whether and how important this knowledge facet is the necessity for it is sometimes controversially discussed in the pre-school context (Dahle, 2007). Planning of action (ACT) is used as an indicator close to prospective pre-school teacher’s performance and represents the dependent variable in our study, while perception is hypothesized to mediate between MCK and ACT. Thus, we examined one part of the model only to reduce its theoretical complexity and also given the limitation of our sample size.

Perception of Situations as Mediating Skills

The informal situations in which pre-school teachers are working are complex and characterized by different, sometimes contradictory features as they apply to all social situations (Thonhauser, 2007; Perrez, Huber & Geißler, 2001). For pedagogues, it is particularly important to notice these features precisely, so that they can interpret them in a situation appropriately, based on their knowledge base (van Es & Sherin, 2006; Thonhauser, 2007). Van Es & Sherin (2006, p. 245) described how this “noticing” (ibid.) is a process involving three steps: *“(a) identifying what is important in a teaching situation; (b) using what one knows about the context to reason about a situation; and (c) making connections between specific events and broader principles of teaching and learning”*.

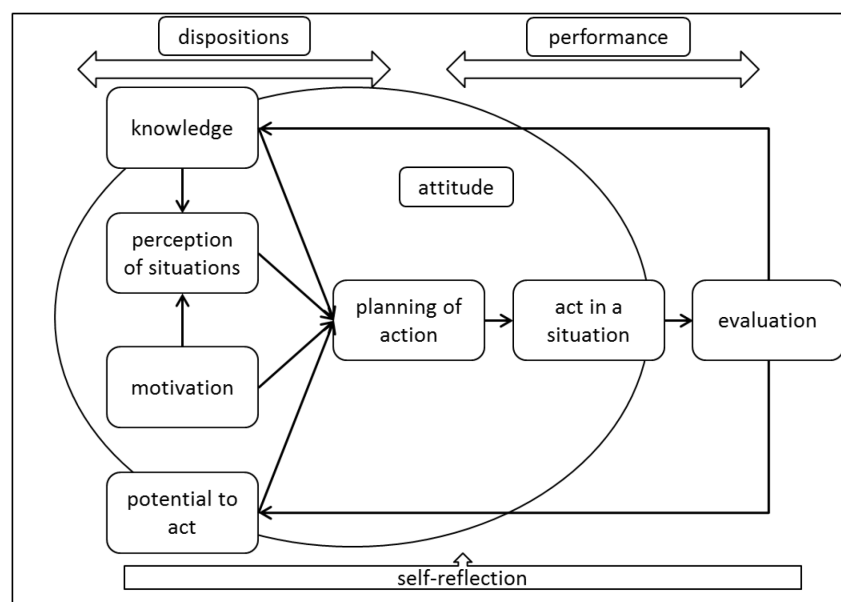


Figure 1: Model of pre-school teachers' competence according to Fröhlich-Gildhoff, Nentwig-Gesemann and Pietsch (2011; translation into English by S.D.)

With respect to our study, the first step (a) corresponds to the skill of pre-school teachers in perceiving mathematically-relevant situations. According to Star & Strickland (2008), this first step, identifying what is important in a teaching situation, can be seen as most important, especially for prospective teachers because it provides the basis for the following two steps of noticing. Mason (1998, 2011) discusses from a more mathematics-related point of view how teachers have to become aware of the content, its procedures and the ways in which the content and procedures are learned by students. This three-levelled awareness can be used to distinguish between teachers and researchers in the field on the one hand, and novice teachers on the other hand (ibid.). The skill to perceive complex learning situations can presumably be fostered during teacher training (Santagata & Yeh, 2013; Santagata & Guarino, 2011; Hiebert et al., 2006) and develops further during teaching practice (Perrez et al., 2001, p. 366, Star & Strickland, 2008).

Planning of Actions as an Indicator of Performance

Planned action, as we would assume the classroom performance of professionals such as pre-school teachers to be, is again a process that consists of three phases (Fröhlich-Gildhoff et al., 2011, p. 17; Widulle, 2009, p. 18; Wild & Krapp, 2001, p. 519). It starts with a planning phase in which the actor decides about the aims of the action and the ways to implement them. The second phase includes the implementation of the action, and the third phase is an evaluation of the whole process (ibid.). In terms of professional action, these phases should build upon professional knowledge so that they are based on state of the art practices and participants can reflect on them later (Widulle, 2009, p. 19). Conceptually, the planning phase is

close to real-world performance since it is regarded as mediating the transformation of competence into performance, but it is not the same. The present study nevertheless uses planning as an indicator because this phase can be examined under controlled conditions. As participants of our study are still in pre-school teacher education, which in Germany mainly takes place in training institutions, but not in pre-schools, observations of performance in real-world pre-school situations would be difficult to carry out and not necessarily appropriate given their status as student teachers. We will follow up our students during their transition into the profession though, and examine their development in a few years' time.

Research Questions and Hypotheses

Firstly, this study examines the relation of prospective pre-school teachers' mathematics content knowledge (MCK) to their skills in perceiving pre-school situations (PERC) and in planning the appropriate actions that foster children's mathematical learning (ACT). The study takes place in Germany. To confirm the predictive validity of knowledge for performance, MCK should be significantly positively related to ACT as demonstrated by the Blömeke et al., (2014b) with respect to secondary teachers. More specifically, in this study, we examine two competing hypotheses, namely whether the effect of MCK on ACT is a direct one, maybe partially mediated by PERC, or an indirect one only, fully mediated by PERC.

Secondly, as a bi-product of our study, we want to learn about the level of prospective pre-school teachers' MCK, PERC and ACT. They might have had only few opportunities to learn, especially in the field of mathematics content (Aubrey, 1994), potentially resulting in low estimates for their MCK, but also on the PERC and ACT scales.

Method

Paper–Pencil Test for MCK

MCK was assessed with a paper–pencil test developed in the “KomMa: Structure, level and development of professional competencies of pre-school (kindergarten) teachers in the field of mathematics” (founded by BMBF, FKZ: 01PK11002A) project. The test consists of 24 predominantly multiple-choice, and some open-response items. An example is given in Fig. 2. Each of the 24 items combines a mathematical subdomain with a mathematical process as described above in the theoretical framework. Content validity was ensured by an expert panel (Jenßen et al., 2013). The distinction between the four mathematical subdomains was able to be validated as well (Jenßen, Dunekacke, Baack, Tengler, Koinzer, Schmude, Wedekind et al., in press). Each subdomain is assessed with six items. Criterion validity can be con-

firmed by a comparison with a group of prospective primary school teachers. They dispose of a higher MCK as it was hypothesised due to their having more extensive opportunities to learn in this domain (Dunekacke, Buhl, Jenßen, Baack, Grassmann & Blömeke, 2014).

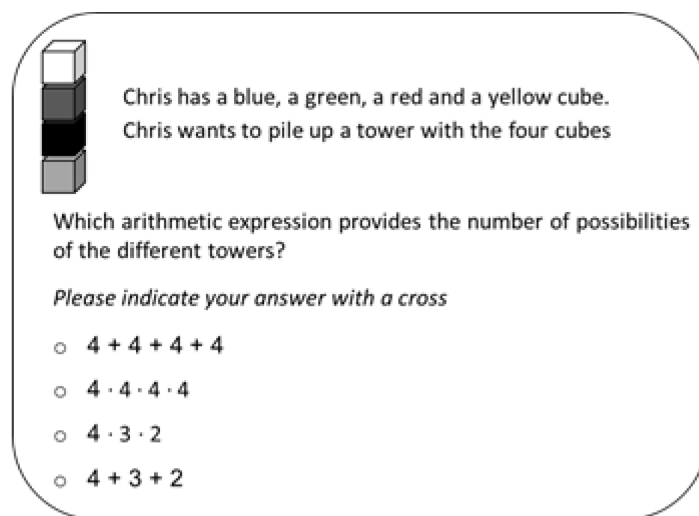


Figure 2: Item from the mathematical subdomain
data, combinatorics, and chance and the mathematical process modeling.

All items were coded dichotomously (right/wrong). For the open-response items, coding directions were developed during the process of item construction, and from piloting in an interplay of deduction codes derived from our conceptual framework, the pre-school teacher training curriculum and pre-school standards as well as from the literature, and induction codes derived from the actual responses provided by prospective pre-school teachers in the pilots. The inter-rater reliability for all of the open-response items was very good (Yules $Y=0.95$).

Video-Based Assessment

Over the last few years, video-based assessment has been a popular method used in teacher training (Santagata & Guarino, 2011; Darling-Hammond, 2006) and in research on teacher training (König, Blömeke, Klein, Suhl, Busse & Kaiser, 2014; Blomberg, Stürmer & Seidel, 2011; Baer, Dörr, Fraefel, Kocher, Küster, Larcher, Müller et al., 2007). The benefit of this assessment form is that it provides a standardized measurement and is at the same time close to the complex reality of pedagogical situations (Baer et al., 2007). Moreover, participants regard the video-based instrument as authentic and representing the complexity of classroom situations. Blomberg et al. (2011) point out that the user acceptance of video-based research is very high. Such face validity facilitates the application of assessments.

The selection of the videos for assessment purposes is critical and needs theoretical and empirical evidence (e.g. by interviewing experts as done by the König et al., 2014; Blomberg

et al., 2011). Although the benefit of having context-related assessment exists, the question of generalisability remains or is even more critical given the time constraints of assessments and thus the limited number of videos (Kane, 1992). Recent studies using video-based assessments follow much the same procedure (König et al., 2014; Blomberg et al., 2011; Baer et al., 2007). They use three to six scripted 2- to 4-min videos. The videos include different classroom situations and are used as item-prompts. After the presentation of the video, participants have to complete multiple-choice or open-response items for each video to assess the targeted construct (e.g. in our study the skill to perceive the pre-school situation displayed). In the context of secondary teacher training, studies often work with so-called scripted videos (König et al., 2014; Baer et al., 2007). The advantage of a scripted video is that the targeted construct (e.g. a mathematical topic or some specific teacher-student interaction) can be focussed on very clearly. For the present study, this was not possible because children at the ages of 3–6 years are too young to follow a script.

Collection and Selection of Videos

Videos were recorded by the first author of the present paper in a single pre-school group. The focus of the recording phase was on situations, which are described as typical for early mathematical learning (e.g. Schuler, 2013; Kaufmann, 2011; Grüßing & Peter-Koop, 2010), for example, playing with building blocks, rule games or situations during free-play. In the end, 66 videos with a runtime from a few seconds to 10 min were recorded.

For the assessment, we wanted to include three videos. To reduce the video sample, we first excluded videos that were too long (>5 min), too short (<1 min), had a low quality (e.g. bad sound) or did not include enough mathematical situations. Additionally, and this was done due to the feedback of experts, the content of the videos should not contain mathematics judged too difficult for the participants who do not have much experience with mathematics during pre-school teacher training. After this reduction, eight videos were on the shortlist. The eight videos were given to four experts of early mathematics education, together with information about the study and its research objectives (Dunekacke, in press). The experts also took the test connected to the respective videos. The quantitative information available from the expert responses was used to determine which videos were the best ones for the study. The answers from the open-response items were used in addition to generate coding directions for the field study (ibid.).

Figure 3 shows pictures of each of the videos used in the field study. The videos represent the three mathematical domains “number and operations” (left); “measurement, quantity

and relation” (middle), and “geometry” (right). They show typical everyday-life situations of a pre-school: interaction between a pre-school teacher and child, an interaction between two children, free play and planned interactions.



Figure 3: Videos used in the field study.

Final Assessment

After the decision as to which videos were to be used, the assessment was finalized. Participants had to work on four broad tasks with eight predominantly open-response items related to each video. Overall, 12 predominantly open-response items represented indicators of the skill for perceiving mathematics-related situations in a pre-school (PERC; four items related to each video, e.g. “Please describe three aspects relevant from a mathematics education perspective in this situation and provide examples of evidence for each.”) and 12 open-response items as indicators of the skill in planning appropriate actions that foster children’s mathematical learning (ACT; four items related to each video, e.g. “Please provide two options on how to react appropriately in this situation from a mathematics education perspective.”).

The videos were shown to the participants only once. After the first video, participants had 6 min to answer the PERC items. A stop label marked the end of this part. Before answering the ACT items, a specific situation shown in the video was repeated for the participants including a picture and a short text to increase the comparability of the responses, which thus refer to a limited aspect of the video only. The participants had 6 min to answer the final four items related to this specific situation. Then, the next video was shown following the same procedure.

Coding directions were developed for the open-response items so that they could be coded dichotomously (right/wrong). As indicated, answers of the expert panel served as basis for this step. Additionally, answers from a pre-test conducted with 15 prospective pre-school teachers and the literature for early mathematical learning were used. The coding scheme was additionally enriched with answers from the field study if they provided new meaningful codes. The inter-rater reliability was good (Yules $Y = 0.8$). The content validity of the video-

based assessment was confirmed by an expert panel and further discussion with the experts (Dunekacke, in press).

Data Collection

The assessment took place in 16 classes for pre-school teacher training at five institutions (vocational schools) from two federal states, namely Berlin and Lower Saxony. Within 2–3 weeks, the participants had to take the MCK test and do the video-based assessment. The assessments were given either by the authors or trained project assistants so that procedural objectivity was ensured. The videos were shown in the same sequence for every assessment.

Sample

The sample consists of 354 prospective pre-school teachers. On average, they were 23 years old ($SD=4.1$; $min=17$; $max=46$). Eighty-three per cent were female and 17 % male, which is in agreement with the gender ratio of prospective pre-school teachers in Germany (BMFSFJ, 2010, p. 13). Forty-two per cent of the sample was in the first year of pre-school teacher training, 33 % in the second year and 26 % in the third and last year.

Data Analyses

The fit of two competing models to the data was compared. Model 1 hypothesises a direct effect for pre-school teachers' mathematics content knowledge (MCK) in their skill for planning appropriate action that fosters children's mathematical learning (ACT) and, in addition, an indirect effect for MCK on ACT mediated by their skill in perceiving the pre-school situation (PERC; see Fig. 4). Model 2 hypothesises an indirect effect for MCK on ACT mediated by PERC only (Fröhlich-Gildhoff et al., 2011). Such a model could already be validated with respect to MPCK by Dunekacke, Jenßen & Blömeke (in press). Item-parcels were used as indicators, which means that in the case of MCK for each mathematical subdomain, and in the case of PERC and ACT for each video, the respective items were added up. Item-parcels are thus aggregated-level indicators. Item-parceling is recommended when the structure of the latent constructs is the focus of interest of the research (Little, Cunningham, Shahar & Widaman, 2002) and when the sample is small so that it is desirable that fewer parameters have to be estimated (Bandalos & Finney, 2001).

Data analysis was carried out using the software MPlus 5.2. The clustered data structure was taken into account with the 16 classes representing the second level (Muthén & Muthén, 2007). First, a confirmatory factor analysis for MCK, PERC and ACT was carried out with the item-parcels as indicators as described above to examine their fit to the data. Second, two competing structural equation models were compared regarding their fit to the data. The fit

was evaluated with the chi-square deviance, the comparative fit index (CFI) and two global fit indices (the root mean square error of approximation, RMSEA; and its standardized version SRMR). CFI estimates of $>.95$ indicate a very good model fit, and CFI estimates of $>.90$ indicate a good model fit (Fan, Thompson & Wang, 1999; Hu & Bentler, 1999). RMSEA and SRMR estimates of $<.05$ indicate a very good model fit, plus RMSEA and SRMR estimates of $<.08$ indicate a good model fit.

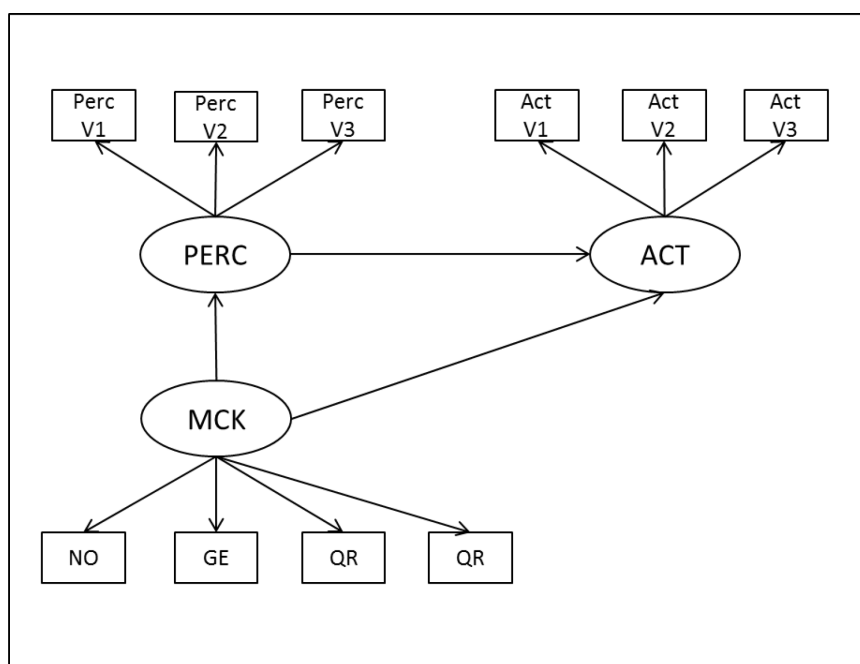


Figure 4: Structural equation model of the relation between MCK, PERC and ACT

Results

Proportion and Number of Items Solved Correctly

The average proportion of items solved correctly by the prospective pre-school teachers in each assessment, as well as their minimum and maximum points are reported in Table 1. For mathematics content knowledge (MCK), the range could theoretically span from 0 to 24 points. For the skills in perceiving pre-school situations (PERC) and planning appropriate actions that foster children's mathematical learning (ACT), the range could theoretically span from 0 to 12.

Table 1: Proportion and number of items solved correctly.

Assessment	min	max	Proportion of items solved correctly (in %)
Mathematical content knowledge (MCK)	1	23	47.5
Perception of situations (Perc)	1	11	52.5
Planning of Action (Act)	0	11	35.8

Note. min = minimum, max = maximum

The information displayed in Table 1 gives a first impression of the knowledge and skills of the participants. In particular, the minimum and maximum points are revealing. In all three assessments, we have to note a huge variability of the prospective pre-school teachers' knowledge and skills. While they, on average, solved half of the MCK and half of the PERC items correctly, some of the teachers were only able to solve one item correctly, whereas others solved almost all the items correctly. The average proportion of items solved correctly was substantially lower for ACT, which means that this assessment was more difficult for the participants.

Mathematical Content Knowledge

The confirmatory factor analysis for MCK revealed that the best fit occurred if the intercepts and factor loadings of the four indicators—item-parcels for number and operations, geometry, measurement, quantity and relation, as well as data, combinatorics and chance—were freely estimated (see Table 2, first row). In this case, the model fit was good, as indicated by the different relative and absolute fit criteria. A model that still estimated the intercepts, but restricted the factor loadings of the four indicators, causing them to be the same (i.e. fixed to one) had a much worse model fit (see Table 2, second row). This means that the relevance of the four indicators for the overall construct varies.

Table 2: Fit of mathematics content knowledge (MCK) models to the data

	df	χ^2	p value	RMSEA	SRMR	CFI
MCK model						
Factor loadings freely estimated	2	1.87	0.39	0.00	0.01	1.00
Factor loadings fixed to be the same	5	18.25	0.00	0.10	0.08	0.95

df degrees of freedom, χ^2 chi-square value, RMSEA root mean square error of approximation (absolute fit index), SRMR standardized root mean square residual (absolute fit index), CFI comparative fit index (relative fit index)

The parameter estimates of the better fitting MCK model are reported in Table 3. As indicated by the factor loadings and the proportion of variance as was explained, the prospective pre-school teachers' achievements in number and operations, as well as in geometry, is well represented by the overall MCK score. In contrast, this applies to a less extent to data, combinatorics and chance. The model's reliability was 0.79 and thus acceptable. Its variance was

1.11 (0.20, $p < 0.001$), which is acceptable, too. For the complex structural equation model that examines the relation of MCK to PERC and ACT, we chose the better fitting model with factor loadings freely estimated.

Table 3: Factor loadings and variance as explained for the mathematical content knowledge model (standardized results of the confirmatory factor analysis)

Measurement	λ	SE (λ)	p value	R^2	SE (R^2)	p value
Number and Operations (NO)	0.75	0.05	0.000	0.56	0.07	0.000
Geometry (GE)	0.74	0.05	0.000	0.55	0.07	0.000
Measurement, Quantity, Relation (MQR)	0.67	0.04	0.000	0.45	0.05	0.000
Data, Combinatorics, Chance (DCC)	0.58	0.06	0.000	0.34	0.07	0.000

λ = factor loading, SE (λ) = standard error of factor loading, R^2 variance explained

Perception of Pre-school Situations

The confirmatory factor analysis for the prospective teachers' skills in perceiving pre-school situations (PERC) with the three videos as indicators revealed that the best model fit was achieved if the three factor loadings were fixed (see Table 4, row 1). Statistically, this means that they were restricted to being the same (i.e. one), which means conceptually that each video has about the same relevance for the overall construct PERC. A model with the three factor loadings freely estimated revealed a slightly worse fit (Table 4, row 2). Since such a result is unusual, it was verified with a 2 chi-square difference test ($\chi^2(1)=0.46$, $p=0.50$), which confirmed that in fact the more restricted model represents the data best. Therefore, for the complex structural equation model that examines the relation of PERC to MCK and ACT, this model was selected.

Table 4: Fit of perception (PERC) models to the data

	df	χ^2	p value	RMSEA	SRMR	CFI
PERC model						
Factor loadings fixed to be the same	3	3.07	0.38	0.01	0.04	0.99
Factor loadings freely estimated	2	3.22	0.20	0.05	0.04	0.99

df degrees of freedom, χ^2 chi-square value, RMSEA root mean square error of approximation (absolute fit index), SRMR standardized root mean square residual (absolute fit index), CFI comparative fit index (relative fit index)

The parameter estimates of the better fitting PERC model are reported in Table 5. The factor loadings are not completely satisfactory, and the proportion of variance as explained is therefore lower than desirable. Correspondingly, the model's reliability was only 0.53, which will be discussed later. The variance of this model was 0.23 (0.03, $p < 0.001$) and thus also low, but significant.

Table 5: Factor loadings and variance as explained for the perception model (standardized results of the confirmatory factor analysis)

Measurement	λ	SE (λ)	p value	R^2	SE (R^2)	p value
Perception of situations video 1	0.56	0.05	0.000	0.31	0.06	0.000
Perception of situations video 2	0.47	0.04	0.000	0.22	0.03	0.000
Perception of situations video 3	0.52	0.04	0.000	0.27	0.04	0.000

λ factor loading, SE (λ) = standard error of factor loading, R^2 variance explained

Planning of Action

The confirmatory factor analysis with the three videos as indicators of the pre-school teachers' skills in planning appropriate actions that foster children's mathematical learning (ACT) revealed the best model fit occurred if the three factor loadings were freely estimated (see Table 6, row 1). A model that restricted the factor loadings to one achieved an unacceptable fit to the data (Table 6, row 2). This means that the three videos had very different relevance for the overall construct.

Table 6: Fit of planning of action (ACT) models to the data

	df	χ^2	p value	RMSEA	SRMR	CFI
PERC model						
Factor loadings fixed to be the same	2	4.85	0.09	0.07	0.04	0.98
Factor loadings freely estimated	4	88.61	0.00	0.28	0.16	0.37

df degrees of freedom, χ^2 chi-square value, RMSEA root mean square error of approximation (absolute fit index), SRMR standardized root mean square residual (absolute fit index), CFI comparative fit index (relative fit index)

The parameter estimates of the better fitting ACT model are reported in Table 7. As indicated by the factor loadings and the proportion of variance explained, the prospective pre-school teachers' achievements on videos 2 and 3 is well represented by the overall ACT score. In contrast, this applies to a less extent to video 1, which is about representations of numbers. This difference may either indicate that the mathematical subdomain covered in the videos is relevant for the pre-school teachers' skills for planning actions or that there were other features distinguishing this video from the other two videos. The model's reliability was 0.71 and thus acceptable. Its variance was 0.27 (0.05, $p < 0.001$) and thus low, but significant. For the complex structural equation model that examines the relation of ACT to MCK and PERC, we chose the better fitting model with the factor loadings being freely estimated.

Table 7: Factor loadings and variance as explained for the acting model (standardized results of the confirmatory factor analysis)

Measurement	λ	SE (λ)	p value	R^2	SE (R^2)	p value
Perception of situations video 1	0.51	0.04	0.000	0.26	0.04	0.000
Perception of situations video 2	0.73	0.04	0.000	0.54	0.05	0.000
Perception of situations video 3	0.70	0.03	0.000	0.48	0.04	0.000

λ = factor loading, SE (λ) = standard error of factor loading, R^2 variance explained

Relation Between MCK, PERC and ACT

Finally, the selected models were merged into two competing structural equation models. As described above, model 1 assumes a direct and positive effect for MCK on ACT, as well as an indirect positive effect for MCK on ACT mediated by PERC. In Fig. 5, this model is represented by the arrow between MCK and ACT (meaning that the coefficient β_{31} should be significant), as well as by the arrows from MCK to ACT through PERC (product of the coefficients β_{21} and β_{23}). Model 2 assumes only an indirect effect of MCK on ACT mediated by PERC, as represented by the arrows from MCK to ACT through PERC (a product of $\beta_{21} \times \beta_{23}$), while the coefficient β_{31} is fixed to zero. In both models, PERC should have a significant positive effect on ACT which is represented by the coefficient β_{23} in Fig. 5.

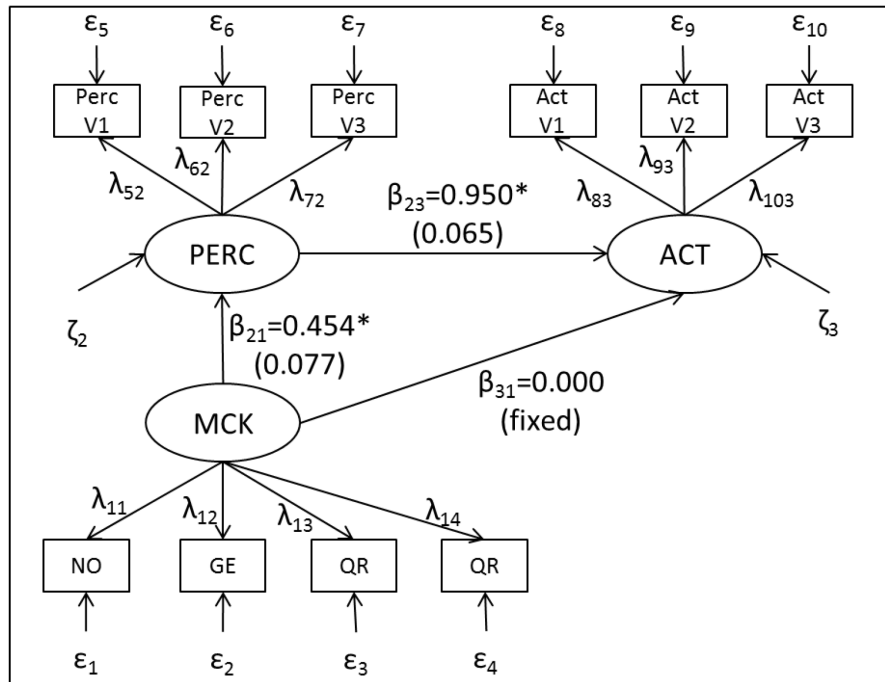


Figure 5: Factor loading and residual variances

Model 1 achieves an acceptable model fit, as can be inferred from the absolute and relative fit indices in row 1 of Table 8. However, in this model, the hypothesized direct effect of MCK on ACT (i.e. the regression coefficient β_{31}) is negative and not significant. Therefore, the fit of the competing model 2 was evaluated where such a direct effect of MCK on ACT was not hypothesized (i.e. β_{31} was fixed to zero). Based on the absolute and relative fit criteria, this model achieved the same acceptable fit to the data (see Table 8, row 2). Since it is also the more parsimonious model because one parameter less had to be estimated (the non-significant path β_{31} was fixed to zero), this model is more convincing than model 1.

Table 8: Fit of the final complex structural equation models of the relation between MCK, PERC and ACT to the data

Structural equation models	<i>df</i>	χ^2	<i>p</i> value	RMSEA	SRMR	CFI
Indirect and direct effect of MCK	37	52.34	0.05	0.04	0.05	0.98
Indirect effect of MCK only	38	53.24	0.05	0.04	0.05	0.98

df degrees of freedom, χ^2 chi-square value, RMSEA root mean square error of approximation (absolute fit index), SRMR standardized root mean square residual (absolute fit index), CFI comparative fit index (relative fit index)

The regression coefficients of this final model are reported in Fig. 5. As it had been theoretically assumed, there were two significant positive effects, and this was from MCK acting on PERC and from PERC on ACT. The indirect effect of MCK on ACT ($\beta_{21} \times \beta_{23} = 0.43$ (0.07)) was significant, too. In addition, we tested the significance with bootstrapping (MacKinnon, 2008). Since the bootstrap command does not run with the cluster command in MPlus (Muthén & Muthén, 2007, p. 496), the cluster command was removed for this analysis. According to the scaling correction factor, which was with 0.96 being near to 1—meaning that the classes do not differ from each other—this removal seems to be acceptable. The confidence interval [0.25; 0.62] shows that the total indirect effect is significant ($p < 0.001$).

These results imply that prospective pre-school teachers with more mathematics content knowledge perceive situations in pre-schools that are related to mathematics on average more precisely than teachers with less knowledge. Based on their stronger skills in perceiving the pre-school situations, the prospective teachers with higher knowledge are then better able to plan appropriate actions that foster children's learning than teachers with lower knowledge levels. Thus, the mathematics content knowledge does not have a direct effect on the planning of action but is mediated by the perception of situations. This means in turn that mathematics content knowledge alone is not enough to plan appropriate actions, but has to be accompanied by the skill of perceiving situations in pre-school.

Discussion

Past studies examining the mathematical content knowledge (MCK) of prospective primary school teachers have provided evidence that their MCK is a significant predictor of their classroom performance. However, for prospective pre-school teachers, there is a lack of corresponding studies. The present study has started to close this gap by analyzing the relation between the MCK of prospective pre-school teachers in Germany and their skills in perceiving informal pre-school situations (PERC) and in planning appropriate actions that foster children's mathematical learning (ACT). Two instruments were used, namely a paper-pencil test for MCK and a video-based assessment for (ACT) and (PERC).

From a descriptive perspective, the data revealed that the prospective pre-school teachers answered about half of the MCK and PERC items correctly, whereas the proportion of correct ACT answers was lower. A reason for the higher difficulty for the latter may be related to fewer opportunities to learn (Blömeke, Baack, Dunekacke, Grassmann, Jenßen, Wedekind, Tengler et al., 2014a; Aubrey, 1994) due to the nature of the curriculum for pre-school teacher training in Germany. An important part of the training is the observation of other pre-school teachers. In contrast, the number of opportunities for learning how to plan activities that foster children's mathematical learning are few.

The findings of the structural equation models revealed that MCK has a moderate predictive effect on the skill for perceiving pre-school situations and that this skill in turn is a strong predictor of the skill for planning appropriate actions. Moreover, the model shows a significant indirect predictive effect for MCK on ACT. This finding fits with the theoretical model of competence of pre-school teachers (Fröhlich-Gildhoff et al., 2011) and studies in the context of school teachers' training (Thonhauser, 2007). Since there is no significant direct effect for MCK on ACT, it can be inferred that its value is completely mediated by how prospective pre-school teachers perceive learning situations related to mathematics. The perception of this has a higher quality if the participants have more mathematical content knowledge. This result reflects the theoretical assumptions of Mason (1998, 2011) who describes how content knowledge is a necessary condition, but not a sufficient one for fostering mathematical learning.

With our results, we can also confirm the finding of the Blömeke et al., (2014a) that MCK is an import predictor of PERC. Finally, these findings are also in line with our findings for mathematical pedagogical content knowledge (Dunekacke et al., in press). Overall, this convergence underlines the importance of situational perception skills in fostering children's mathematical learning.

A methodological research question for the present study was to find out whether the MCK test is valid as developed by relating its results to the outcomes of the video-based assessment. The moderate but significant indirect effect from MCK on ACT in fact reveals the validity of the test in accordance with the underlying theory.

However, the present study has some limitations. Cronbach & Meehl (1955) distinguish between three potential limitations of findings in a validation study: the instruments, the research design and the theoretical assumptions. In the present study, two instruments were used, namely a video-based assessment and a paper-pencil test. The test has an acceptable

reliability, and its validity could be confirmed. However, the video-based assessment had more limitations. There were only three situations displayed which gave limited insight into the everyday life in a pre-school. However, an expert panel and further discussions supported the content validity of these three situations presented. Future studies should further confirm the validity of the instrument. Another limitation is the low reliability of the perception of situations scale. A reason for this might be that the scale includes items with a different format, namely multiple choice and open-response items. In future studies, it might be a better option to increase the reliability using only one item format or by balancing these in a better way.

With respect to the research design, we have to point out that the data collection took place on two occasions involving measurement within an overall study design that consisted of three measurement times. The video-based assessment was inserted during the third and last measurement time. Due to this high test load, the prospective pre-school teachers may have lost their motivation during these three measurement times.

Finally, this study was limited to the relationship of MCK, PERC and ACT. As it applies to primary teachers, we had assumed that also for pre-school teachers, mathematics pedagogical content knowledge and general pedagogical knowledge may be important facets of their professional competence as these relate to their perception and planning skills. Therefore, in the future, we intend to collect data with a larger sample and then to examine the complex relationship of MCK, MPCK, GPK, PERC and ACT. Future research should also include affective-motivational constructs such as mathematical beliefs or anxiety (Benz, 2012; Copley, 2004).

Conclusions

This study firstly provided evidence for the construct and criterion validity of two instruments that assess prospective pre-school teachers' mathematical content knowledge and their skills for perceiving informal pre-school situations as well as in planning appropriate actions that foster children's mathematical learning. Future studies should further validate these instruments.

The raw scores revealed that the variability of MCK, PERC and ACT of prospective pre-school teachers is huge. Policy makers should be concerned about this because it probably equals a huge variability in teaching quality. If these findings can be replicated in future studies, they could be an argument that pre-school teachers need a minimum number of opportunities for learning the knowledge and skills facets which are the basis for fostering young chil-

dren's mathematical knowledge. In addition, if our findings can be replicated in further studies, policy makers need to discuss how prospective pre-school teachers' training, and advanced training for pre-school teachers on the job can be improved. Santagata & Yeh (2013) point out that the skill for perceiving complex learning situations can be trained for and that it is not sufficient just to provide extended field experience for the prospective teachers. They need, in addition, structured opportunities to learn in an embedded way in all phases of their training. An example of how such experiences could be integrated in teacher training is given by Santagata & Guarino (2011) and Hiebert et al. (2006). However, they all point out that this is a complex process and that not much empirical evidence exists regarding its success. While pre-school teacher training covers a broad range of topics (the social development of children, development in the field of the mother tongue and so on), there are less opportunities to specialize (Metzinger, 2006). It might therefore be good advice to focus on "typical" situations for mathematical learning (e.g. children sorting things or laying patterns) and take these as initial points for integrating mathematics into complex pre-school teacher training.

References

- Anders, Y. (2012). *Modelle professioneller Kompetenzen für frühpädagogische Fachkräfte. Aktueller Stand und ihr Bezug zur Professionalisierung. Expertise zum Gutachte „Professionalisierung in der Frühpädagogik“* [Models of professional competence for pre-school teachers. Current status and its relationship to professionalization. Expertise to the report of professionalization of early education], Aktionsrat Bildung.
- Aubrey, C. (1994). An investigation of children's knowledge of mathematics at school entry and the knowledge their teachers hold about teaching and learning mathematics, about young learners and mathematical subject knowledge. *British Educational Research Journal*, 20(1), 105–120.
- Baer, M., Dörr, G., Fraefel, U., Kocher, M., Küster, O., Larcher, S., Müller, P., Sempert, W. & Wyss, C. (2007). Werden angehende Lehrpersonen durch das Studium kompetenter?—Kompetenzaufbau und Standarderreichung in der berufswissenschaftlichen Ausbildung an drei Pädagogischen Hochschulen in der Schweiz und in Deutschland [Become prospective teacher competent during academic studies? – Increasing competence and achieving standards in the vocational studies at three pedagogical universities in Switzerland and Germany]. *Unterrichtswissenschaft*, 35(1), 15–47.
- Ball, D. & Bass, H. (2000). Interweaving content and pedagogy in teaching and learning to teach: Knowing and using mathematics. In J. Boaler (Ed.), *Multiple perspectives on the teaching and learning of mathematics* (pp. 83–104). Westport, CT: Ablex.
- Ball, D. & Bass, H. (2009). With an eye on the mathematical horizon: Knowing mathematics for teaching to learners' mathematical futures. In M. Neubrand (Ed.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2009* (pp. 11–22). Münster: WTM.
- Bandalos, D. L. & Finney, S. J. (2001). Item parceling issues in structural equation modeling. In G. A. Marcoulides & R. E. Schumacker (Eds.), *Advanced structural equation modeling: New developments and techniques* (pp. 269–296). Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Baumert, J., Kunter, M., Blum, W., Brunner, M., Voss, T., Jordan, A., Klusmann, U., Krauss, S., Neubrand, M. & Tsai, Y. M. (2010). Teachers' mathematical knowledge, cognitive activation in the classroom, and student progress. *American Educational Research Journal*, 7(1), 133–180.
- Benz, C. (2012). Attitudes of kindergarten educators about math. *Journal für Mathematikdidaktik*, 33(2), 203–232.

- Blomberg, G., Stürmer, K. & Seidel, T. (2011). How pre-service teachers observe teaching on video: Effects of viewers' teaching subjects and the subject of the video. *Teaching and Teacher Education*, 27, 1131–1140.
- Blömeke, S., Felbrich, A., Müller, C., Kaiser, G. & Lehmann, R. (2008). Effectiveness of teacher education. State of research, measurement issues and consequences for future studies. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, 40(5), 719–734.
- Blömeke, S., Kaiser, G., Döhrmann, M., Suhl, U. & Lehmann, R. (2010). Mathematisches und mathematikdidaktisches Wissen angehender Primarstufenlehrkräfte im internationalen Vergleich [Mathematical content and mathematics pedagogical content knowledge of prospective primary school teachers in international comparison]. In S. Blömeke, G. Kaiser & R. Lehmann (Eds.), *TEDS-M 2008 – Professionelle Kompetenz und Lerngelegenheiten angehender Primarstufenlehrkräfte im internationalen Vergleich* (pp. 195–252). Münster: Waxmann.
- Blömeke, S., Baack, W., Dunekacke, S., Grassmann, M., Jenßen, L., Wedekind, H., Tengler, M. & Koinzer, T. (2014a). Effects of opportunities to learn on the mathematics pedagogical content knowledge of kindergartenteachers. *Presentation on the AERA 2014 Annual Meeting in Philadelphia*.
- Blömeke, S., König, J., Busse, A., Suhl, U., Benthien, J., Döhrmann, M. & Kaiser, G. (2014b). Von der Lehrerausbildung in den Beruf: Fachbezogenes Wissen als Voraussetzung für die Wahrnehmung, Analyse und Reaktion im Unterricht [From teacher training in the profession: Subject-related knowledge as a precondition for perception, analysis and response in the instruction]. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft*, 3, 509–542.
- BMFSFJ (Bundesministerium für Familien, Senioren, Frauen und Jugend) (2010). *Männliche Fachkräfte in Kindertagesstätten—eine Studie zur Situation von Männern in Kindertagesstätten und in der Ausbildung zum Erzieher* [Male professionals in kindergartens— A study on the situation of men in kindergartens and in the training of pre-school teachers]. Berlin: Sinus Sociovision.
- Common Core State Standards Initiative (2014). *Common core state standards for mathematics*. Retrieved from: http://www.corestandards.org/wp-content/uploads/Math_Standards.pdf. Accessed 19 March 2014)
- Copley, J. V. (2004). The early childhood collaborative: A professional development model to communicate and implement the standards. In D. H. Clements & J. Sarama (Eds.), *Engaging young children in mathematics. Standards for early childhood mathematics education* (pp. 401–414). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Cronbach, L. J. & Meehl, P. E. (1955). Construct validity in psychological tests. *Psychological Bulletin*, 52, 281–302.
- Dahle, G. (2007). *Naturwissenschaften und Mathematik im Kindergarten – Wohin führt der Weg* [Science and mathematics in kindergarten – Where does the road go]? Retrieved from: <http://www.kindergartenpaedagogik.de/1625.html>. Accessed 23 September 2014
- Darling-Hammond, L. (2006). Assessing teacher education. The usefulness of multiple measures for assessing program outcomes. *Journal of Teacher Education*, 57(2), 120–138.
- Duncan, G. J., Dowsett, C. J., Claessens, A., Magnuson, K., Huston, A. C., Klebanov, P., Pagani, L., Feinstein, L., Engel, M., Brooks-Gunn, J., Sexton, H., Duckworth, K. & Japel, C. (2006). School readiness and later achievement. *Developmental Psychology*, 43(6), 1428–1462.
- Dunekacke, S., Buhl, M., Jenßen, L., Baack, W., Grassmann, M. & Blömeke, S. (2014). Mathematisches Fachwissen von angehenden Erzieher/-innen und Grundschullehrer/-innen im Vergleich [Mathematical content and mathematics pedagogical content knowledge of prospective pre-school and primary school teachers in comparison]. *Presentation on the Symposium – Perspektiven mathematischer Bildung im Übergang vom Kindergarten zur Grundschule*, Freiburg.
- Fan, X., Thompson, B. & Wang, L. (1999). Effects of sample size, estimation methods, and model specification on structural equation modeling fit indexes. *Structural Equation Modeling: A Multi disciplinary Journal*, 6(1), 56–83.
- Fröhlich-Gildhoff, K., Nentwig-Gesemann, I. & Pietsch, S. (2011). *Kompetenzorientierung in der Qualifizierung frühpädagogischer Fachkräfte. Eine Expertise der Weiterbildungsinitiative*

- Frühpädagogische Fachkräfte (WiFF)* [Competence orientation in the qualification of pre-school teachers. An expertise of the training initiative pre-school teachers]. München: Deutsches Jugendinstitut e.V.
- Ginsburg, H. P. & Ertle, B. (2008). Knowing the mathematics in early childhood mathematics. In O. N. Saracho & B. Spodek (Eds.), *Contemporary perspectives on mathematics in early childhood education* (pp. 45–66). Charlotte, NC: Information AGE.
- Grüßing, M. & Peter-Koop, A. (Eds.). (2010). *Die Entwicklung mathematischen Denkens in Kindergarten und Grundschule: Beobachten–Fördern–Dokumentieren* [The development of mathematical thinking in kindergarten and primary school: Observe – foster – document]. Offenburg: Mildenberger.
- Hiebert, J., Morris, A. K., Berk, D. & Jansen, A. (2006). *Preparing teachers to learn from teaching. Journal of Teacher Education*, 58(1), 47–61.
- Hu, L. & Bentler, P. M. (1999). Cutoff criteria for fit indexes in covariance structure analysis: Conventional criteria versus new alternatives. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, 6(1), 1–55.
- Jenßen, L., Dunekacke, S., Baack, W., Tengler, M., Wedekind, H., Grassmann, M. & Blömeke, S. (2013). Validating an assessment of pre-school teachers' mathematical knowledge. *Presentation on the 37th Conference of the Group for the Psychology of Mathematics Education*, Kiel.
- Kane, M. T. (1992). The assessment of professional competence. *Evaluation & the Health Professions*, 15(2), 163–182.
- Kane, M. T. (2013). Validating the interpretations and uses of test scores. *Journal of Educational Measurement*, 50(1), 1–73.
- Kaufmann, S. (2011). *Handbuch für die frühe mathematische Bildung* [Handbook of early math education]. Braunschweig: Schroedel.
- Klibanoff, R. S., Levine, S. C., Huttenlocher, J., Vasilyeva, M. & Hedges, L. V. (2006). Preschool children's mathematical knowledge: The effect of teacher "math talk". *Developmental Psychology*, 42(1), 56–69.
- KMK (Kultusministerkonferenz). (2004). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich: Beschluss vom 15.10.2004* [Educational standards in mathematics for primary education. Resolution from October, 10th 2004]. München: Wolters Kluwer.
- König, J., Blömeke, S., Klein, P., Suhl, U., Busse, A. & Kaiser, G. (2014). Is teachers' general pedagogical knowledge a premise for noticing and interpreting classroom situations? A video-based assessment approach. *Teaching and Teacher Education*, 38, 76–88.
- Krajewski, K. & Schneider, W. (2009). Early development of quantity to number-word linkage as a precursor of mathematical school achievement and mathematical difficulties: Findings from a four-year longitudinal study. *Learning and Instruction*, 19, 513–526.
- Little, T. D., Cunningham, W. A., Shahar, G. & Widaman, K. F. (2002). To parcel or not to parcel: Exploring the question, weighing the merits. *Structural Equation Modeling*, 9, 151–173.
- MacKinnon, D. P. (2008). *Introduction to statistical mediation analysis*. Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Mason, J. (1998). Enabling teachers to be real teachers: Necessary levels of awareness and structure of attention. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 1, 243–267.
- Mason, J. (2011). Noticing: Roots and branches. In M.G. Sherin, V.R. Jacobs & R.A. Philipp (Eds.), *Mathematics teacher noticing: Seeing through teachers' eyes* (pp. 35–50). New York: Routledge.
- Metzinger, A. (2006). Geschichte der Erzieherinnenausbildung als Frauenberuf [History of pre-school teacher training as a woman professionalization]. In L. Fried & S. Roux (Eds.), *Pädagogik der frühen Kindheit. Handbuch und Nachschlagewerk* (pp. 348–358). Weinheim: Beltz.
- Muthén, L. K. & Muthén, B. O. (2007). *Mplus user's guide* (5th ed.). Los Angeles: Muthén & Muthén.
- National Advisory Panel (2008). *The Final Report of the National Mathematics Advisory Panel*. U.S. Department of Education: Washington, DC.
- Perrez, M., Huber, G. L. & Geißler, K. A. (2001). Psychologie der pädagogischen Interaktion [Psychology of educational interaction]. In A. Krapp & B. Weidenmann (Eds.), *Pädagogische Psychologie. Ein Lehrbuch* (pp. 358–413). Weinheim: Beltz.
- Reynolds, A. (1995). One year of preschool intervention or two: Does it matter? *Early Childhood Research Quarterly*, 10, 1–31.

- Santagata, R. & Guarino, J. (2011). Using video to teach future teachers to learn from teaching. *ZDM Mathematics Education*, 43, 133–145.
- Santagata, R. & Yeh, C. (2013). Learning to teach mathematics and to analyze teaching effectiveness: Evidence from a video- and practice-based approach. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 17(6), 491–514.
- Schuler, S. (2013). *Mathematische Bildung im Kindergarten in formal offenen Situationen—eine Untersuchung am Beispiel von Spielen zum Erwerb des Zahlbegriffs* [Mathematics education in kindergarten in formal open situations – A study on the example of games for the acquisition of number concept]. Münster: Waxmann.
- Seo, K.-H. & Ginsburg, H. P. (2004). What is developmentally appropriate in early childhood mathematics education? Lessons from new research. In D. H. Clements, J. Sarama & A.-M. DiBiase (Eds.), *Engaging young children in mathematics: Standards for early childhood mathematics education* (pp. 91–104). New York: Routledge.
- Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4–14.
- Star, J. R. & Strickland, S. K. (2008). Learning to observe: Using video to improve preservice mathematics teachers' ability to notice. *Journal for Mathematics Teacher Education*, 11, 107–125.
- Thonhauser, J. (2007). Lehrer/-innen handeln situationsspezifisch [Teacher interact situation-specific]. In A. Gastager, T. Hascher & H. Schwetz (Eds.), *Pädagogisches Handeln: Balance zwischen Theorie und Praxis. Beiträge zur Wirksamkeitsforschung in pädagogisch-psychologischem Kontext. Erziehungswissenschaft, Band 24* (pp. 47–60). Landau: VEP.
- van Es, E. A. & Scherir, M. G. (2006). Mathematics teachers' "learning to notice" in the context of a video club. *Teaching and Teacher Education*, 24, 244–276.
- van Oers, B. (2009). Emergent mathematical thinking in the context of play. *Educational Studies in Mathematics*, 74(1), 23–37.
- Warfield, J. (2001). Teaching kindergarten children to solve word problems. *Early Childhood Education Journal*, 28, 161–167.
- Weinert, F. E. (2001). Concept of competence: A conceptual classification. In D. S. Rychen & L. Hersh Salganik (Eds.), *Defining and selecting key competencies*. Göttingen: Hogrefe.
- Weinert, F. E., Schrader, F.-W. & Helmke, A. (1990). Unterrichtsexpertise: Ein Konzept zur Verringerung der Kluft zwischen zwei theoretischen Paradigmen [Instruction-expertise: An approach to reduce the gap between two theoretical paradigms]. In L.-M. Alisch, J. Baumert & K. Beck (Eds.), *Professionswissen und Professionalisierung: Sonderband in Zusammenarbeit mit der Zeitschrift Empirische Pädagogik* (= Braunschweiger Studien zur Erziehungs- und Sozialarbeit, 28) (pp. 173–206). Braunschweig: Copy-Center Colmesee.
- Widulle, W. (2009). *Handlungsorientiert Lernen im Studium. Arbeitsbuch für soziale und pädagogische Berufe* [Practice-orientated learning in academic studies. Workbook for social and educational professionals]. Heidelberg, Germany: Springer.
- Wild, K.-P. & Krapp, A. (2001). Pädagogisch-psychologische Diagnostik [Educational and psychological diagnostic]. In A. Krapp & B. Weidenmann (Eds.), *Pädagogische Psychologie. Ein Lehrbuch* (pp. 513–563). Weinheim: Beltz.

Anhang F

Dunekacke, S., Jenßen, L., & Blömeke, S. (2015). Mathematikdidaktische Kompetenz von Erzieherinnen und Erziehern. Validierung des KomMa-Leistungstests durch die video-gestützte Erhebung von Performanz. *Zeitschrift für Pädagogik*, 61. Beiheft. 80-98.

Mathematikdidaktische Kompetenz von Erzieherinnen und Erziehern

Validierung des KomMa-Leistungstests durch die videogestützte Erhebung von Performanz

Simone Dunekacke, Lars Jenßen, Sigrid Blömeke

Zusammenfassung

In diesem Beitrag wird die prognostische Validität eines Papier- und-Bleistift-Tests zur Erfassung des mathematikdidaktischen Wissens von angehenden Erzieherinnen und Erziehern untersucht, der im Projekt KomMa entwickelt wurde. Aus der Lehrerbildungsforschung ist bekannt, dass mathematikdidaktisches Wissen ein Prädiktor für die Unterrichtswahrnehmung und Performanz von jungen Lehrkräften ist. Entsprechende Hypothesen wurden für Erzieherinnen und Erzieher aufgestellt. Die Wahrnehmung von Kindertagesituationen und die Performanz in Form von Handlungsplänen wurden mit einem videobasierten Assessment erhoben und zusammen mit dem Wissenstest bei 354 angehenden Erzieherinnen und Erziehern eingesetzt. Mit der Prüfung konkurrierender Strukturgleichungsmodelle kann gezeigt werden, dass das mathematikdidaktische Wissen einen signifikanten direkten Einfluss auf die Situationswahrnehmung und einen signifikanten indirekten Einfluss auf die Performanz der Erzieherinnen und Erzieher hat. Damit liegen nicht nur Hinweise für die prognostische Validität des entwickelten Leistungstests vor, sondern auch der Zusammenhang von Wissen, Wahrnehmung und Handlungsplanung wird deutlich.

Schlagworte

Erzieher/innen, mathematikdidaktisches Wissen, Validierung, Leistungstest, videobasierte Kompetenzerfassung

Frühe mathematische Bildung ist ein wichtiger Prädiktor für Schulerfolg (Krajewski & Schneider, 2009; Duncan et al., 2007). Ihr Gelingen hängt allerdings von einer anregungsreichen Lernumgebung und deren pädagogisch-didaktischer Begleitung ab (van Oers, 2009; Reynolds, 1995; Klibanoff, Levine, Huttenlocher, Vasilyeva & Hedges, 2006). Aufgrund der historischen Entwicklung von Kindertagesstätten als Betreuungs- und Erziehungseinrichtungen wurde auf eine fachbezogene professionelle Kompetenz der Erzieher/innen lange Zeit wenig Wert gelegt, was sich auch in einem Mangel an empirischer Forschung zu ihrer professionellen Kompetenz zeigt. Dies gilt insbesondere für den mathematischen Bereich (Thole, 2010; Fried & Roux, 2009; National Advisory Panel, 2008). Eine Analyse der Lehrpläne für

Fachschulen, an denen in Deutschland die Mehrheit der Erzieher/innen ausgebildet wird, hat entsprechend gezeigt, dass Mathematik und Mathematikdidaktik nur in wenigen Ausnahmen zum Kerncurriculum gehören. Das Projekt KomMa¹² leistet einen Beitrag zur Schließung dieser Forschungslücke, indem es die professionelle Kompetenz von angehenden Erzieher/innen untersucht. Ziel des vorliegenden Beitrags ist in diesem Zusammenhang der Nachweis prognostischer Validität des mathematikdidaktischen Leistungstests, dass er also in der Lage ist, handlungsrelevantes Professionswissen zu erfassen.

Theoretischer Hintergrund

Prognostische Validität: Gelingt die Vorhersage von erfolgreichem beruflichem Handeln?

Die Einhaltung von Gütekriterien gehört zu den wissenschaftlichen Standards in der empirischen Bildungsforschung (Bortz & Döring, 2006; Rost, 2004). Zu den drei Hauptgütekriterien von empirischen Messungen zählen Objektivität, Reliabilität und Validität. Die Validität gilt als zentrales, aber komplexes Gütekriterium, welches gleichzeitig schwierig nachzuweisen ist (Jenßen, Dunekacke & Blömeke, 2015, in diesem Beiheft). Im Mittelpunkt dieses Beitrages steht die Kriteriumsvalidität, bei der es um die Frage geht, inwieweit von den Testwerten auf Situationen außerhalb des Tests geschlossen werden kann (sog. diagnostische Entscheidungen; Hartig, Frey & Jude, 2012, S. 155). Es wird dabei unterschieden zwischen der Übereinstimmungsvalidität, bei der das Kriterium parallel zur Testsituation liegt, und der prognostischen Validität, bei der das Kriterium in der Zukunft liegt (S. 157). Diagnostische Entscheidungen sind besonders für die pädagogisch-psychologische Praxis relevant (S. 155), haben ihre Bedeutung aber auch im Kontext der Forschung. Für die Bildungsforschung bedeutet dies beispielsweise zu berücksichtigen, dass Wissen im Kontext von Ausbildung und Studium erworben wird, um berufliche Anforderungen erfolgreich zu bewältigen. Ein Test kann damit als prognostisch valide angesehen werden, wenn er deren Bewältigung – als das Kriterium – erfolgreich vorhersagen kann (Cronbach & Meehl, 1955).

Mathematikdidaktisches Wissen von Erzieher/innen

Studien zum professionellen Wissen von angehenden Erzieher/innen gibt es national und international kaum (Thole, 2010; Fried & Roux, 2009; National Advisory Panel, 2008).

¹² KomMa – *Struktur, Niveau und Entwicklung professioneller Kompetenz von Erzieher/innen im Bereich Mathematik* – ist ein Kooperationsprojekt der Humboldt-Universität zu Berlin und der Alice-Salomon-Hochschule Berlin und wird vom Bundesministerium für Bildung und Forschung (FKZ: 01PK11002A) im Rahmen der Förderinitiative KoKoHs – Kompetenzmodellierung und Kompetenzerfassung im Hochschulsektor – gefördert.

Ein anderes Bild zeichnet sich in der Forschung zur Lehrerbildung ab. Bereits seit Mitte der 1980er-Jahre gibt es Studien, die sich mit der Struktur des professionellen Wissens befassen. Viele davon beziehen sich auf die Arbeiten von Shulman (1986), der darlegt, dass professionelles Wissen von Lehrkräften aus unterschiedlichen Wissensfacetten besteht, welche von motivational-affektiven Facetten flankiert werden. Im Bereich Mathematik handelt es sich um das mathematische Fachwissen, das mathematik- didaktische Wissen und das allgemein-pädagogische Wissen (ebd.).

Diese heuristische Unterscheidung konnte teilweise weiter ausdifferenziert und in verschiedenen empirischen Studien zum professionellen Wissen von Lehrkräften bestätigt werden (z. B. Ball & Bass, 2009; Blömeke, Felbrich, Müller, Kaiser & Lehmann, 2008). Für das Niveau an mathematikdidaktischem Wissen angehender Primarstufenlehrkräfte in Deutschland zeigten sich dabei deutliche Unterschiede in Abhängigkeit der Ausbildungsform (Blömeke, Kaiser, Döhrmann, Suhl & Lehmann, 2010, S. 239). Relativ gute Werte erreichten Studierende, die ein reines Primarstufenlehramt mit dem Schwerpunkt Mathematik studiert hatten. Ohne Mathematik als Schwerpunkt konnten dagegen vielfach nur schwache Leistungen gezeigt werden (ebd.). Validierungsstudien machten anschließend deutlich, dass diese Unterschiede direkte Auswirkungen auf die handlungsbezogenen Fähigkeiten der Lehrkräfte haben (Blömeke et al., im Druck).

An vergleichbaren Studien zum professionellen Wissen von angehenden Erzieher/innen im Bereich Mathematik mangelt es. In konzeptioneller Hinsicht stellen verschiedene Autoren allerdings heraus, dass das mathematikdidaktische Wissen vermutlich auch bei dieser Personengruppe – neben dem mathematischen Fachwissen und den Überzeugungen – zentraler Bestandteil der professionellen Kompetenz ist und eine Schlüsselrolle in Bezug auf ihr Handeln in Kindertageseinrichtungen einnimmt (Anders, 2012; Gasteiger, 2010, S. 153; Lee, 2010; Sarama & Clements, 2009, S. 354; Ginsburg & Ertle, 2008, S. 46). Erste empirische Belege hierfür konnte Lee (2010) vorlegen, der mathematikdidaktisches Wissen differenziert nach mathematischen Bildungsinhalten erfasst und für im Beruf stehende Erzieher/innen jeweils Niveauunterschiede in Abhängigkeit vom Ausbildungsabschluss feststellt. Erzieher/innen erreichen eine höhere Punktzahl, wenn es um zahlbezogenes mathematikdidaktisches Wissen geht, als im Bereich der Raumwahrnehmung (ebd.). Darüber hinaus erreichen solche mit einem Master- oder Doktorabschluss deutlich höhere Werte als jene, die über einen Bachelorabschluss verfügen (ebd.). Lee, Meadows und Lee (2003) konnten dann im Anschluss zeigen, dass Erzieher/innen mit einem höheren mathematikdidaktischen Wissen qualitativ bessere mathematische Lerngelegenheiten für Kinder schaffen.

Im Forschungsprojekt KomMa wurde vor diesem Hintergrund ein Leistungstest entwickelt, mit dem das mathematikdidaktische Wissen gemessen und Aussagen über dessen Zusammenhänge mit Handlungsmerkmalen ermöglicht werden sollen. Theoretische Grundlage war ein, ebenfalls im Rahmen von KomMa entwickeltes, Kompetenzstrukturmodell mit vier Subdimensionen: Wissen über die Gestaltung von situativen und geplanten mathematischen Bildungsprozessen in Kindertageseinrichtungen, Wissen über die mathematische Entwicklung von Kindern, Wissen zu deren Diagnostik und Wissen zu deren Förderung (Jenßen et al., im Druck). Die Subdimensionen und theoretisch antizipierten Inhalte gehen auf eine Analyse der Bildungspläne für Kindertageseinrichtungen in allen 16 Bundesländern und eine Analyse einschlägiger Fachliteratur zur frühen mathematischen Bildung zurück (ebd.). Im Bereich der mathematikbezogenen Diagnostik geht es beispielsweise darum, ob die Erzieher/innen in einer scheinbar falschen mathematischen Handlung eines Kindes (Zählen von Buntstiften) ein übergeordnetes Muster (Zählen nach Farbgruppen, z. B. alle roten und pinken Stifte) erkennen. Im Rahmen einer Befragung von Expert/innen konnte die Inhaltsvalidität der entwickelten Items nachgewiesen werden (Jenßen et al., 2015).

Verbindung von Wissen und Performanz

Weinert (2001) hat Kompetenz als mehrdimensionales Konstrukt mit kognitiven Fähigkeiten und Fertigkeiten beschrieben, das unter Berücksichtigung von motivational- affektiven Aspekten und unter unterschiedlichen situationalen Bedingungen zur erfolgreichen Bearbeitung von beruflichen Anforderungen führt. Eine lineare Umsetzung des Wissens in einer Handlungssituation bedeutet dies also nicht (Blömeke, König et al., 2014; Blömeke, Busse, Kaiser, König & Suhl, re-submitted after revisions), sondern die Umsetzung beruht auf einer Umstrukturierung und gezielten, adaptiven Anwendungen des Wissens in den jeweiligen Anforderungssituationen (Weinert, Schrader & Helmke, 1990). Blömeke, König et al. (2014) konnten in Bezug auf Mathematiklehrkräfte der Sekundarstufe aber zeigen, dass deren mathematikdidaktisches Wissen in der Phase des Berufseinstieges ein Prädiktor für die Wahrnehmung, Interpretation und Entscheidung über Handlungsstrategien in Unterrichtssituationen ist. Solche Zusammenhänge von Wissen und Performanz werden auch im theoretisch erarbeiteten Kompetenzmodell der Frühpädagogik angenommen (Abb. 1).

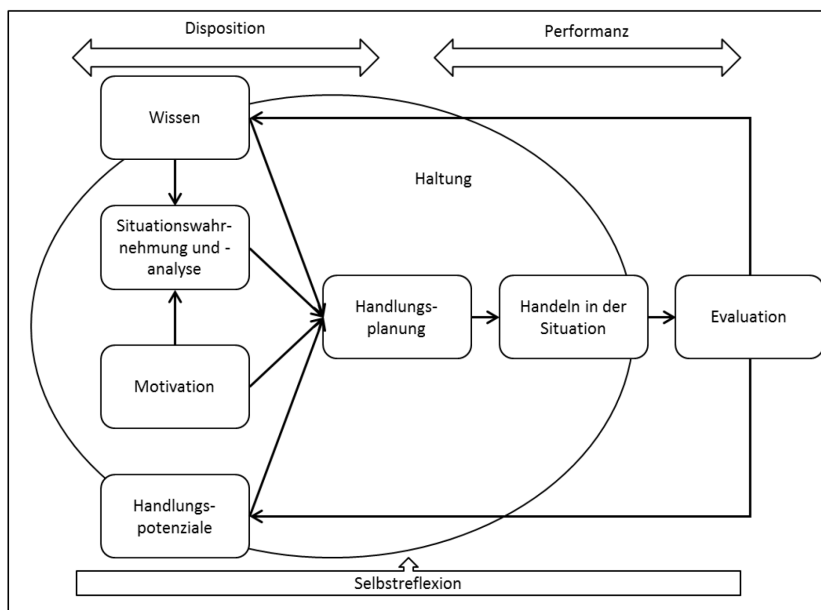


Abbildung 1: Kompetenzmodell der Frühpädagogik (Fröhlich-Gildhoff, Nentwig-Gesemann & Pietsch, 2011, S. 17)

Die Handlungsfähigkeit besteht danach aus dem „wechselseitigen Zusammenspiel“ (Fröhlich-Gildhoff, Nentwig-Gesemann & Pietsch, 2011, S. 18) von Wissen, Handlungspotenzialen, Motivation und Situationswahrnehmung. Ein Teilausschnitt des Modells ist Grundlage dieser Studie. Dabei werden das mathematikdidaktische Wissen und die Situationswahrnehmung als zwei bedeutsame Merkmale der professionellen Kompetenz von Erzieher/innen erfasst und die Handlungsplanung als Indikator ihrer Performanz in Kindertagensituationen.

Situationswahrnehmung

Situationswahrnehmung wird häufig als eine wichtige Fähigkeit von Lehrkräften sowie Erzieher/innen konzeptualisiert. Dies ist darauf zurückzuführen, dass pädagogische Situationen hochkomplex und wenig standardisiert sind (Fröhlich-Gildhoff et al., 2011, S. 17). Um adaptiv handeln zu können, ist das Wahrnehmen der spezifischen Situationsmerkmale zentrale Voraussetzung (Thonhauser, 2007; Star & Strickland, 2008; van Es & Sherin, 2006).

Van Es und Sherin (2006, S. 245) beschreiben Wahrnehmen als ersten Schritt des situationsspezifischen Handlungsprozesses von Lehrkräften, der aus drei Phasen besteht: „(a) *identifying what is important in a teaching situation*; (b) *using what one knows about the context to reason about a situation*; and (c) *making connections between specific events and broader principles of teaching and learning*“. Der erste Schritt wird dabei gerade in Bezug auf Auszubildende als zentral gesehen (Star & Strickland, 2008). Um zu bestimmen, wie die entsprechenden Fähigkeiten ausgeprägt sind, werden objektiv beschreibbare Merkmale einer Situation, wie beispielsweise das Thema, das Material oder der soziale Kontext, als Indikatoren herangezogen (Thonhauser, 2007). Die Qualität der Situationswahrnehmung hängt unter

anderem von der Erfahrung der Erzieher/innen ab und entwickelt sich ständig weiter (Perrez, Huber & Geißler, 2001, S. 366; Star & Strickland, 2008).

Der Fokus der vorliegenden Studie liegt in diesem Bereich auf der Wahrnehmung mathematikdidaktischer Aspekte. Eine solch fachbezogene Wahrnehmung ist erst in den vergangenen Jahren Gegenstand der Forschung geworden (Blomberg, Stürmer & Seidel, 2011). Eine fachbezogene Wahrnehmung ist dadurch gekennzeichnet, dass nicht nur allgemeinpädagogische Aspekte der Lehr-Lernsituation erkannt werden, sondern dass inhaltliche Merkmale wie beispielsweise die (Fehl-)Vorstellungen der Lernenden erkannt werden (Sherin, 2007). In der vorliegenden Studie handelt es sich zum Beispiel um Wahrnehmungen der mathematischen Materialien (z. B. „Es werden verschiedenen Darstellungen der Zahl gezeigt“) oder der mathematischen Handlungen der Kinder (z. B. „Die Kinder versuchen ihre Größe mit der Hand anzuzeigen“ (Nutzen von „Strategien“)).

Handlungsplanung

Handeln wird erneut als ein Prozess verstanden, der sich aus verschiedenen Phasen zusammensetzt (Fröhlich-Gildhoff et al., 2011, S. 17; Widulle, 2009, S. 19; Gudjons, 2008, S. 46 ff.; Wild & Krapp, 2001, S. 519). Die Phasen lassen sich im Wesentlichen in eine Planungs- oder Vorbereitungsphase, die auch Entscheidungen über Handlungsziele beinhaltet, sowie eine Durchführungsphase und eine Evaluationsphase unterscheiden (ebd.).

Konzeptionell kann angenommen werden, dass die Handlungsplanung der Situationswahrnehmung folgt (Hogrebe, Schulz & Böttcher, 2012; Schäfer, 2005). Aufbauend auf einer theoretisch fundierten Situationswahrnehmung werden idealerweise verschiedene situationspezifische Alternativen geprüft und eine wird ausgewählt (ebd.). Die weitere Umsetzung hängt dann auch von der spezifischen Situation ab (Joas, 1996, S. 236). Die Handlungsplanung ist demnach als Teil der Handlung zu verstehen (Fröhlich-Gildhoff et al., 2011), aber nicht zwingend identisch mit ihr (Hogrebe et al., 2012). Dennoch wird Handlungsplanung, bewusst oder unbewusst, für Erzieher/innen als bedeutsam angesehen, da sie die Aufmerksamkeit auf die Interessen des Kindes richtet (Schäfer, 2005).

In der hier präsentierten Studie stehen wie bei der Situationswahrnehmung spezifisch mathematikdidaktische Handlungsplanungen im Mittelpunkt, indem Ideen entwickelt werden müssen, die den Lernprozess der Kinder fördern (z. B. durch Impulse geben: „Wer von euch ist größer?“). Die Begrenzung auf Planungen wurde vor allem aus forschungspragmatischen Gründen getroffen, da sich die Zielgruppe der Untersuchung noch in der Ausbildung befindet,

in der Praxisanteile sehr unterschiedlich integriert und nicht zwingend auf mathematische Themen bezogen sind.

Forschungsfragen

Mit der hier vorgestellten Studie wird die prognostische Validität des KomMa-Leistungstests zur Erfassung mathematikdidaktischen Wissens angehender Erzieher/innen geprüft. Um zu erfassen, ob das Ansinnen dieses Tests, eine für zukünftiges Handeln relevante Facette professionellen Wissens empirisch zu erfassen, tatsächlich zutrifft, wird als Prüfkriterium die Fähigkeit zur Handlungsplanung der angehenden Erzieher/innen videobasiert erhoben. In Bezug auf den Zusammenhang von Wissen und Handlungsplanung wird unter Bezug auf die dargestellten frühpädagogischen Konzeptualisierungen dabei angenommen, dass die Fähigkeit zur Situationswahrnehmung eine partiell oder vollständig vermittelnde Funktion übernimmt. Auf der Basis des Forschungsstandes zu Lehrkräften wird darüber hinaus ein direkter Effekt des mathematischen Wissens auf die Situationswahrnehmung angenommen. Abbildung 2 stellt ein entsprechendes Strukturmodell dar.

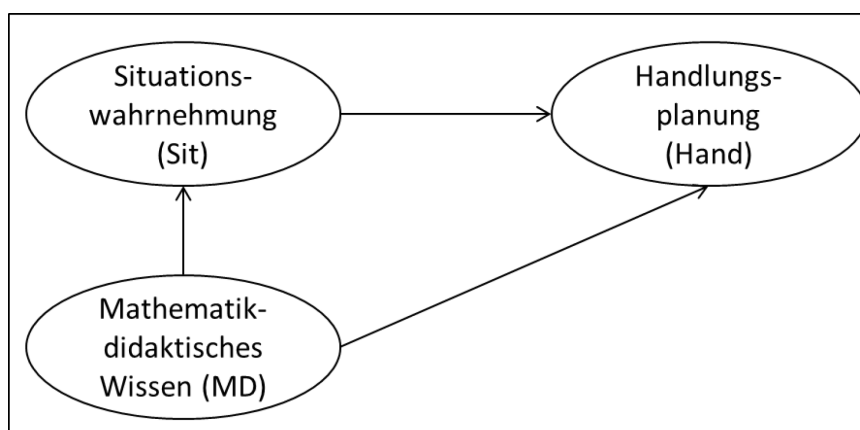


Abbildung 2: Strukturmodell zum Verhältnis von mathematikdidaktischem Wissen (MD), der Fähigkeit zur Situationswahrnehmung (Sit) und der Fähigkeit zur Handlungsplanung (Hand)

In der vorliegenden Studie werden konkret zwei konkurrierende Modelle geprüft und auf ihre Passung zu den Daten verglichen. Modell 1 nimmt einen direkten Effekt des mathematikdidaktischen Wissens (MD) auf die Handlungsplanung (Hand) und die Situationswahrnehmung (Sit) sowie einen indirekten Effekt von MD auf Hand, vermittelt über Sit, an. Dieses Modell wurde direkt aus dem theoretischen Kompetenzmodell von Fröhlich-Gildhoff et al. (2011, S. 17–18) abgeleitet. Modell 2 prüft ein konkurrierendes Modell, indem lediglich ein indirekter Einfluss des mathematikdidaktischen Wissens, vermittelt über die Situationswahrnehmung, auf die Handlungsplanung angenommen wird (Thonhauser, 2007). In Modell 2 gilt folglich, dass der direkte Pfad von MD zu Hand in Abbildung 2 gleich null ist.

Methode

Instrumente

Leistungstest zur Erfassung des mathematikdidaktischen Wissens

Der KomMa-Leistungstest zur Erfassung des mathematikdidaktischen Wissens beruht auf einem Kompetenzmodell, das anhand einer Analyse der Bildungspläne und einschlägiger Literatur entwickelt und weiter oben beschrieben wurde. Die Itemkonstruktion folgte ebenfalls diesen Elementen (Jenßen et al., im Druck). Da die vorliegende Stichprobe im Verhältnis zur Anzahl der am Ende zu schätzenden Parameter relativ klein ist, wurde für diesen Beitrag ein Kurztest herangezogen, der aus zwölf Items besteht. Diese sind überwiegend im Multiple-Choice- und teilweise im offenen Format gestellt. Alle Items wurden für die Auswertungen dichotom (richtig/falsch) codiert. Für offene Items bildeten Codier-Anweisungen die Grundlage, die während der Itemkonstruktion entwickelt und im Rahmen von Prä-Tests und Pilotierungen überarbeitet worden waren. Die Interraterreliabilität erreicht mit Cohens $\kappa = 0.88$ für ein komplexes Konstrukt wie mathematikdidaktisches Wissen einen guten Wert (Wirtz & Caspar, 2002, S. 59). Abbildung 3 zeigt ein Beispielitem im Multiple-Choice-Format.

Welcher Teil der mathematischen Entwicklung wird in folgendem Dialog gefördert?

Kind 1: „Der Teddy steht neben dem Tisch.“

Kind 2: „Ja, und das Auto parkt unter dem Stuhl.“

Kreuzen Sie bitte ein Kästchen an.

<input type="checkbox"/> 1	Figur-Grund-Wahrnehmung
<input type="checkbox"/> 2	Objekt-Person-Permanenz
<input type="checkbox"/> 3	Eins-zu-eins-Zuordnung
<input type="checkbox"/> 4	Raum-Lage-Beziehung

Abbildung 3: Beispielitem aus dem KomMa-Leistungstest (richtige Antwort: Raum-Lage-Beziehung)

Videobasierter Test zur Erfassung von Situationswahrnehmung und Handlungsplanung

Das Außenkriterium Handlungsplanung und der potenzielle Mediator Situationswahrnehmung wurden über einen videogestützten Test erfasst. Videos werden vor allem in der schulischen Unterrichtsforschung bereits seit Längerem eingesetzt, da sie eine standardisierte Datenerfassung ermöglichen und gleichzeitig eine hohe Situationsspezifität erreichen (König & Lebens, 2012; Baer et al., 2007). Darüber hinaus ist die Akzeptanz bei den Teilnehmer/innen höher als ein „klassischer“ Papier-und-Bleistift-basierter Leistungstest (Seidel & Prenzel, 2007).

Aufgrund des Alters der Kinder wird in dieser Studie mit Videosequenzen gearbeitet, die Realsituationen aus einer Kindertagesstätte zeigen. Ansonsten folgt der Aufbau des Instruments dem, wie er auch in der Unterrichtsforschung gebräuchlich ist (König et al., 2014; Blomberg et al., 2011). Es wird mit drei Videos gearbeitet, die unterschiedliche mathematische Inhalte („Zahldarstellungen“, „Messen“ und „Bauen und Konstruieren“) und Kontexte aus dem Alltag von Kindertagesstätten (Interaktion Erzieherin/ Kind bzw. Freispiel) zeigen. Die Videos dienen als Ausgangspunkt, an den sich mehrere Items anschließen, die bei allen Videos identisch sind. Zunächst werden Multiple- Choice- und offene Items zur mathematikbezogenen Situationswahrnehmung bearbeitet. Dann wird allen angehenden Erzieher/innen erneut eine spezifische Situation aus dem Video gezeigt, und es werden offene Items zur Handlungsplanung bearbeitet.

Insgesamt besteht der Fragebogen aus zwölf Items zur Situationswahrnehmung (vier pro Video; z. B. „Nennen Sie drei mathematikdidaktische Aspekte der Situation und belegen Sie sie mit Beispielen“) und zwölf Items zur Handlungsplanung (vier pro Video; z. B. „Nennen Sie zwei mathematikdidaktisch angemessene Möglichkeiten, in dieser Situation zu reagieren“). Die Befragung einer Expertengruppe hat gezeigt, dass der Fragebogen als inhaltlich valide angesehen werden kann. Wie im KomMa-Leistungstest wurden alle Items dichotom (richtig/falsch) codiert. Die Codier-Anweisungen wurden anhand der Lösungen der Expert/innen, der Antworten aus einem Prä-Test ($n = 15$) und der einschlägigen Fachliteratur entwickelt. Im letzten Schritt wurden diese während der Hauptstudie um Antworten der Teilnehmer/innen ergänzt, sofern diese anhand von Fachliteratur validiert werden konnten. Die Interraterreliabilität erreichte mit Yules $Y \geq 0.8$ sehr gute Werte¹³.

Datenerhebung

Die Datenerhebung fand an Fachschulen für Sozialpädagogik in Niedersachsen und Berlin statt. Insgesamt wurden 16 Klassen getestet. Die angehenden Erzieher/innen bearbeiteten an zwei unterschiedlichen Messzeitpunkten zunächst den KomMa-Leistungstest zum mathematikdidaktischen Wissen und dann den videobasierten Fragebogen. Zwischen den beiden Messzeitpunkten lagen einige Tagen bis zwei Wochen, je nach den organisatorischen Möglichkeiten der Schulen. An beiden Messzeitpunkten wurden weitere Instrumente eingesetzt. Die Erhebungen wurden durch die Autor/innen bzw. geschulte Mitarbeiter/innen des Projekts durchgeführt, sodass die Durchführungsobjektivität gewährleistet ist.

¹³ Da bei einigen Items ungleiche Randverteilungen vorlagen, wird Yules Y als Schätzung für Cohens κ berichtet (Wirtz & Caspar, 2002, S. 105).

Stichprobe

Die Stichprobe besteht aus 354 angehenden Erzieher/innen. Im Durchschnitt waren diese 23 Jahre alt ($SD = 4.11$; $min = 17$, $max = 46$). 83 % der Teilnehmer/innen waren weiblich und 17 % männlich, was den Verhältnissen in der Population in vollem Umfang entspricht (BMFSFJ, 2010, S. 13). Da es sich um eine Gelegenheitsstichprobe handelt und das komplexe Forschungsdesign mit mehreren Messzeitpunkten eine hohe Belastung für die teilnehmenden Schulen darstellte, sind die angehenden Erzieher/innen in unterschiedlichen Ausbildungsjahren. 41.5 % befinden sich im ersten Ausbildungsjahr, 33 % im zweiten und 25.5 % im dritten bzw. vierten Ausbildungsjahr¹⁴.

Datenanalyse

Die Datenanalysen wurden mit Mplus 5.2 (Muthén & Muthén, 2007) durchgeführt, wobei berücksichtigt wurde, dass die Teilnehmer/innen in Ausbildungsklassen getestet wurden, also eine geclusterte Datenstruktur vorliegt. Nach einer Betrachtung der Rohdaten wurden zunächst konfirmatorische Faktorenanalysen für die drei latenten Konstrukte mathematikdidaktisches Wissen, Situationswahrnehmung und Handlungsplanung geschätzt. Für jedes Modell wurde anhand der Passung an die Daten geprüft, ob Ladungen und/oder Intercepts fixiert werden können, um das beste Modell zu bestimmen. Im zweiten Schritt wurden die am besten passenden Modelle zu dem in Abbildung

2 dargestellten Strukturgleichungsmodell zusammengeführt. Da die Modelle nicht jeweils exakt dieselben Eigenschaften aufweisen (z. B. alle Ladungen fixiert und Intercepts frei geschätzt), resultiert ein Gesamtmodell, welches aus unterschiedlichen Teilmodellen besteht. Dies gilt es bei der Interpretation der Daten zu berücksichtigen. Die oben beschriebenen konkurrierenden Gesamtmodelle – direkter und indirekter Effekt von MD auf Hand vs. lediglich indirekter Effekt von MD auf Hand – wurden mithilfe eines χ^2 -Differenztests auf ihre Passung an die Daten hin verglichen.

Ergebnisse

Deskriptive Ergebnisse

Die Summenwerte für die drei latenten Konstrukte sind in Tabelle 1 dargestellt. Alle drei Skalen können theoretisch Werte von 0 bis 12 annehmen.

¹⁴ Die Länge der Ausbildung unterscheidet sich in den beiden Bundesländern (Metzinger, 2006).

Tabelle 1: Summenwerte der drei untersuchten Konstrukte

Konstrukt	min	max	M	SD
Mathematikdidaktisches Wissen (MD)	0	11	6.8	2.40
Situationswahrnehmung (Sit)	1	11	6.3	2.01
Handlungsplanung (Hand)	0	11	4.3	2.65

min = Minimum, max = Maximum, M = Mittelwert, SD = Standardabweichung

Die angehenden Erzieher/innen erreichen beim mathematikdidaktischen Wissen und der Situationswahrnehmung im Mittel etwas höhere Werte als bei der Handlungsplanung. Minima und Maxima deuten in allen drei Fällen auf breite Spannweiten der Ergebnisse hin, da es Teilnehmer/innen gibt, die fast alle Items einer Skala richtig lösen können, und andere, die kaum ein Item richtig lösen.

Mathematikdidaktisches Wissen

Im ersten Schritt wurde das am besten zu den Daten passende Modell für das mathematikdidaktische Wissen identifiziert. Bei zehn von zwölf Items konnten die Ladungen nicht als gleichwertig fixiert werden. Dieses Ergebnis deutet darauf hin, dass die Items das Konstrukt unterschiedlich stark repräsentieren. Der beste Modellfit wurde erreicht, wenn auch die Intercepts frei geschätzt wurden ($\chi^2(56) = 52.27$, $p = 0.62$, RMSEA = 0.00 [0.00; 0.03], SRMR = 0.04, CFI = 1.00). Dieses Modell passte auch signifikant besser als jenes, bei dem nur die Ladungen frei geschätzt wurden ($\Delta\chi^2(2) = 0.03$, $p = 0.99$). Die Modellwerte sind in Tabelle 2 dargestellt. Cronbach's α liegt bei akzeptablen 0.65. Die Varianz der Skala ist mit 0.02 ($p < 0.05$) zwar gering, aber signifikant.

Tabelle 2: Faktorladungen und Varianzaufklärung des Modells für mathematikdidaktisches Wissen (standardisierte Werte aus einer konfirmatorischen Faktorenanalyse)

Indikator	λ	SE (λ)	p-Wert	R^2	SE (R^2)	p-Wert
Zahlzerlegung der 10	0.30	0.05	0.000	0.09	0.03	0.003
Dreiecksbegriff	0.47	0.05	0.000	0.22	0.05	0.000
mathematische Raumgestaltung	0.26	0.05	0.000	0.07	0.02	0.005
Beobachtung	0.40	0.05	0.000	0.16	0.04	0.000
Zahlen im Würfelspiel	0.38	0.05	0.000	0.15	0.04	0.000
Erfahrungen zum Messen	0.37	0.07	0.000	0.14	0.05	0.008
Mustersinn	0.26	0.05	0.000	0.07	0.02	0.005
Aktiv-entdeckendes Lernen in der Förderung	0.40	0.04	0.000	0.16	0.04	0.000
Raum-Lage-Beziehungen	0.49	0.08	0.000	0.24	0.08	0.004
Geometrisches Denken	0.30	0.07	0.000	0.09	0.04	0.023
Mathematische Angebote (geplant oder alltagsintegriert)	0.38	0.05	0.000	0.15	0.04	0.000
Sortieren und klassifizieren	0.35	0.07	0.000	0.12	0.05	0.007

λ = Faktorladung, $SE(\lambda)$ = Standardfehler der Faktorladung,

Situationswahrnehmung

Für die Skala zur Situationswahrnehmung wurde ein Modell geschätzt, bei dem ein Summenwert über die drei eingesetzten Videos gebildet wurde. Dieses sog. Item-Parceling wird vor allem dann empfohlen, wenn primär die Struktur der latenten Konstrukte von Interesse ist (Little, Cunningham, Shahar & Widaman, 2002) und wenn es sich um eine relativ kleine Stichprobe im Verhältnis zur Anzahl der zu schätzenden Parameter handelt (Bandalos & Finney, 2001, S. 270). Beides trifft auf die hier vorliegende Studie zu. Die Faktorladungen und Intercepts konnten fixiert werden ($\chi^2(3) = 3.07$, $p = 0.38$, RMSEA = 0.01 [0.00; 0.11], SRMR = 0.04, CFI = 0.99). Auch ein Modell, in dem nur die Faktorladungen fixiert wurden, erreichte akzeptable Modellfit-Werte ($\chi^2(2) = 3.22$, $p = 0.20$, RMSEA = 0.05 [0.00; 0.14], SRMR = 0.04, CFI = 0.99). Der Modellvergleich mit dem χ^2 -Differenztest bestätigte allerdings, dass das erste Modell besser zu den vorliegenden Daten passt ($\Delta\chi^2(1) = 0.46$, $p = 0.50$). Die Modellwerte des identifizierten Modells sind in Tabelle 3 dargestellt. Dass das Fixieren der Ladungen zu einem besseren Gesamtfit führt, deutet darauf hin, dass die Fähigkeit zur Situationswahrnehmung über alle mathematischen Bildungsinhalte hinweg ähnlich

gelingt. Für diese Skala hat sich ein relativ niedriges Cronbach's α von 0.53 ergeben. Die Varianz der Skala ist mit 0.23 (0.03, $p < 0.001$) ebenfalls niedrig, aber signifikant.

Tabelle 3: Faktorladungen und Varianzaufklärung im Modell für Situationswahrnehmung (standardisierte Werte aus einer konfirmatorischen Faktorenanalyse)

Indikator	λ	SE (λ)	p-Wert	R^2	SE (R^2)	p-Wert
Zahldarstellungen (Video 1)	0.56	0.05	0.000	0.31	0.06	0.000
Messen (Video 2)	0.47	0.04	0.000	0.22	0.03	0.000
Bauen und Konstruieren (Video 3)	0.52	0.04	0.000	0.27	0.04	0.000

λ = Faktorladung, SE(λ) = Standardfehler der Faktorladung,

Handlungsplanung

Als drittes wurde ein Modell für die Handlungsplanung geschätzt. Auch hier dienen die drei eingesetzten Videos als Indikatoren. Der beste Modellfit konnte erreicht werden, wenn die Faktorladungen frei geschätzt und die Intercepts fixiert wurden ($\chi^2(2) = 4.85$, $p = 0.09$, RMSEA = 0.07 [0.00; 0.16], SRMR = 0.04, CFI = 0.98). Das Modell, in dem zusätzlich die Faktorladungen fixiert wurden, erreichte keine akzeptablen Fit-Werte ($\chi^2(4) = 88.61$, $p = 0.00$, RMSEA = 0.28 [0.23; 0.34], SRMR = 0.16, CFI = 0.37). Dieses Ergebnis deutet darauf hin, dass die eingesetzten Videos das Konstrukt unterschiedlich stark repräsentieren. Die Einzelwerte dieses Modells sind in Tabelle 4 dargestellt. Cronbach's α liegt für diese Skala bei guten 0.70. Auch in diesem Modell ist die Varianz mit 0.27 (0.05, $p < 0.001$) niedrig, aber signifikant.

Tabelle 4: Faktorladungen und Varianzaufklärung im Modell für Handlungsplanung (standardisierte Werte aus einer konfirmatorischen Faktorenanalyse)

Indikator	λ	SE (λ)	p-Wert	R^2	SE (R^2)	p-Wert
Zahldarstellungen (Video 1)	0.51	0.04	0.000	0.26	0.04	0.000
Messen (Video 2)	0.73	0.04	0.000	0.54	0.05	0.000
Bauen und Konstruieren (Video 3)	0.70	0.03	0.000	0.48	0.04	0.000

λ = Faktorladung, SE(λ) = Standardfehler der Faktorladung,

Zusammenhänge zwischen Wissen und Handlungsplanung

Die am besten passenden Modelle der drei Konstrukte wurden schließlich in einem linearen Strukturgleichungsmodell zusammengeführt und auf ihre Zusammenhänge hin geprüft. In Modell 1 wird sowohl ein direkter als auch ein indirekter Effekt des mathematikdidaktischen Wissens auf die Handlungsplanung angenommen. Im konkurrierenden Modell 2 wird nur der indirekte Effekt des mathematikdidaktischen Wissens, vermittelt über die Situationswahrnehmung, angenommen. Dies entspricht dem Produkt der Pfadkoeffizienten β_{21} und β_{23} in Abbildung 4 und der Fixierung von β_{31} auf null.

Die Analyse zeigt, dass der in Modell 1 angenommene direkte Effekt des mathematikdidaktischen Wissens auf Hand nicht signifikant ist. Im Weiteren wird deswegen nur das Modell 2 weiter verfolgt, welches einen indirekten Effekt postuliert. Der direkte Effekt des mathematikdidaktischen Wissens auf die Handlungsplanung wurde in diesem Modell auf null fixiert, womit es sparsamer ist als Modell 1. Die Passung dieses Modells an die Daten ist zufriedenstellend ($\chi^2(140) = 169.27$, $p = 0.05$, RMSEA = 0.03 [0.00; 0.04], SRMR = 0.06, CFI = 0.95) (Schermelleh-Engel, Moosbrugger & Müller, 2003).

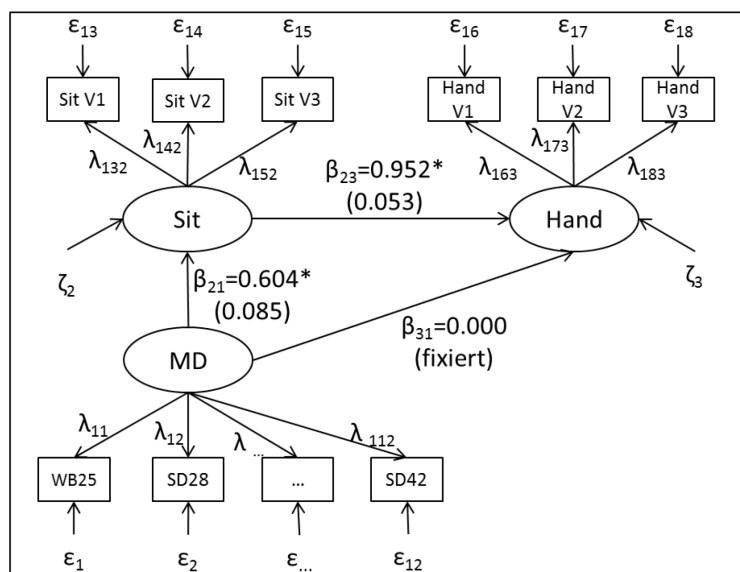


Abbildung 4: Lineares Strukturgleichungsmodell mit Regressionsgewichten

Abbildung 4 zeigt die Regressionsgewichte in dem Modell. Es zeigen sich signifikante und starke direkte Effekte des mathematikdidaktischen Wissens auf die Situationswahrnehmung sowie sehr starke Effekte von der Situationswahrnehmung auf die Handlungsplanung, die sich kaum voneinander trennen lassen. Dies könnte methodisch darauf hindeuten, dass es sich um ein Konstrukt handelt. Aufgrund der Konzeptualisierung werden diese aber weiterhin als getrennte Konstrukte behandelt.

Der indirekte Effekt von MD auf Hand beträgt $\beta_{\text{ind}} = 0.58$ ($\text{SE} = 0.07$, $p < 0.001$) und kann als hoch bezeichnet werden. Eine Signifikanzprüfung mithilfe der Bootstrapping-Methode (MacKinnon, 2008) zeigt über das Konfidenzintervall [0.41; 0.74], dass der indirekte Effekt systematisch von 0 verschieden ist ($p < 0.001$)¹⁵.

¹⁵ Da der Bootstrap-Befehl in MPlus nicht in Kombination mit dem Cluster-Befehl verwendet werden kann (Muthén & Muthén, 2007, S. 496), wurde dieser für diese Analyse entfernt. Dies ist insofern vertretbar, da der Scaling Correction Factor mit 0.98 nahe 1 liegt, d. h. die Klassen unterscheiden sich nicht wesentlich voneinander.

Diskussion und Ausblick

Im Kontext der Lehrerausbildungsforschung hat sich gezeigt, dass das mathematische, mathematikdidaktische und allgemeinpädagogische Wissen von zentraler Bedeutung für die Situationswahrnehmung und Handlungsplanung von Lehrkräften ist (Blömeke, König et al., 2014). Für Erzieher/innen fehlen bislang entsprechende Hinweise (Thole, 2010). Zur Schließung dieser Forschungslücke wurden in der hier präsentierten Studie zwei Instrumente, ein Papier-und-Bleistift-basierter Leistungstest zur Erfassung des mathematikdidaktischen Wissens und ein videobasierter Fragebogen zur Erfassung der Situationswahrnehmung und Handlungsplanung von angehenden Erzieher/innen, eingesetzt.

Beiden Instrumenten konnte im Zuge des Konstruktionsprozesses durch Expertenbefragungen inhaltliche Validität bescheinigt werden. Mit einem linearen Strukturgleichungsmodell zeigen wir nun in diesem Beitrag, dass das mathematikdidaktische Wissen direkt die Situationswahrnehmung und indirekt auch die Handlungsplanung vorhersagt. Ein direkter Effekt des mathematikdidaktischen Wissens auf die Handlungsplanung kann dagegen nicht nachgewiesen werden, sondern dieser Einfluss wird über die Situationswahrnehmung vermittelt. Diese Ergebnisse stehen in Einklang mit Erkenntnissen aus der Lehrerbildung (Thonhauser, 2007). Sie deuten darauf hin, dass es sich um zwei Prozesse handelt, die eher aufeinander folgen, als dass sie parallel stattfinden bzw. ineinander verwoben sind.

Wenn er im Einklang mit den Vorannahmen steht, kann ein indirekter Effekt ein ebenso starker Hinweis für kriteriale Validität sein wie ein direkter (Cronbach & Meehl, 1955). Da der Nachweis der prognostischen Validität als eine Facette kriterialer Validität eine zentrale Forschungsfrage dieser Studie ist, stellen unsere Ergebnisse somit einen starken Hinweis auf die Validität des KomMa-Leistungstests dar, da unabhängig von der konkreten Modellierung als direkter oder indirekter Effekt die Situationswahrnehmung und die Handlungsplanung der angehenden Erzieher/innen signifikant und mit hohen Effektstärken vorhergesagt werden.

In Bezug auf die hier präsentierten Ergebnisse müssen allerdings auch einige Grenzen diskutiert werden. So ist zu berücksichtigen, dass ein komplexes Konstrukt wie mathematikdidaktisches Wissen mit 12 Items möglicherweise nicht voll erfasst ist. Dieser Kurztest wurde für den vorliegenden Beitrag wegen der vergleichsweise kleinen Stichprobe verwendet. Wir nehmen derzeit zusätzliche Erhebungen vor, sodass der Test in seiner Langform (30 Items) für zukünftige Skalierungen verwendet werden kann.

Zu den videobasierten Erhebungen ist als Qualität festzuhalten, dass unterschiedliche mathematische Bildungsinhalte und Situationen aus dem Kita-Alltag gezeigt werden und die

Testung so situationsbezogen und realistisch ist. Allerdings ist nicht geklärt, inwieweit von den im Instrument eingesetzten Situationen auf andere Situationen generalisiert werden kann (Kane, 1992). Besonders zu berücksichtigen ist zudem das hohe Regressionsgewicht zwischen der Fähigkeit zur Situationswahrnehmung und der Fähigkeit zur Handlungsplanung, das diese empirisch gesehen als kaum unterscheidbar erscheinen lässt. Dieses Ergebnis schränkt die oben getroffene Aussage ein, dass es sich um sequenzielle Prozesse handele, könnte aber möglicherweise darauf zurückzuführen sein, dass beide Merkmale aus forschungsökonomischen Gründen mit derselben Methode – also demselben Fragebogen, identischen Videos und zum selben Messzeitpunkt – erhoben wurden. Zukünftig sollten die Konstrukte besser mit unterschiedlichen Videos erfasst werden.

In Bezug auf das Forschungsdesign (Cronbach & Meehl, 1955) ist angesichts von drei Messzeitpunkten auf mögliche Motivationsprobleme der Teilnehmer/innen hinzuweisen, die allerdings nur relevant wären, wenn es bei einer Teilpopulation zu systematischen Verzerrungen bei der Testbearbeitung gekommen sein sollte (z. B. bewusstes Überspringen von Aufgaben). Und schließlich ist darauf hinzuweisen, dass die hier untersuchte Population kaum spezifische Lerngelegenheiten im Bereich Mathematik und ihrer Didaktik hatte, die aber für die Bearbeitung des Tests erforderlich sind (Dunekacke et al., 2014). Entsprechend ist eine Folge, dass alle Modelle unserer Studie nur eine geringe Varianz und die Skala zur Situationswahrnehmung eine relativ niedrige Reliabilität aufweisen, da die Stichprobe im Hinblick auf MD, Sit und Hand sehr homogen ist (Bühner, 2011). Ob dies auf eine Selektion bei der Ziehung der hier berichteten Gelegenheitsstichprobe zurückzuführen ist oder ob es sich um eine generelle Einschränkung in der Population aufgrund tatsächlich geringer Lerngelegenheiten handelt, muss in weiteren Studien überprüft werden.

Diese Diskussion weiterführend fällt auf, dass die Faktorladungen beim mathematikdidaktischen Wissen und der Fähigkeit zur Situationswahrnehmung teilweise niedrig sind. Dieses könnte ein Hinweis darauf sein, dass es sich um eher heterogene Konstrukte handelt. Hierfür spricht auch, dass die Korrelationen unter den Items teilweise niedrig sind und eine hohe Residualvarianz bzw. niedrige Determination mit sich bringen. Auffällig ist außerdem, dass bei der Handlungsplanung das Video zur Zahldarstellung (Video 1) eine geringere Ladung als die beiden anderen Videos aufweist. Dies könnte darauf hindeuten, dass die Handlungsplanung im Bereich der Zahldarstellung andere Fähigkeiten als in den anderen beiden Bereichen erfordert bzw. dass sich die beiden anderen Bereiche stärker ähneln. Dies wiederum könnte möglicherweise daran liegen, dass in den Bereichen Messen und Bauen und Konstruieren stärker handlungsorientiert und materialbasiert gearbeitet werden kann.

Unsere Studie gibt insofern auch interessante Hinweise auf die Natur der untersuchten Konstrukte bei Erzieher/innen. Da sich andeutet, dass auch für diese Population das professionelle Wissen ein zentraler Prädiktor professionellen Handelns ist, der durch die Wahrnehmung der Situation vermittelt wird, kann für den Lernbereich Mathematik in aller Vorsicht geschlussfolgert werden, dass es bedeutsam ist, entsprechende Lerngelegenheiten in der Ausbildung zur Verfügung zu stellen. Zugleich ist zu bedenken, dass theoretisch fundiertes fachdidaktisches Wissen offensichtlich vor allem dann sinnvoll angewendet werden kann, wenn die Spezifika der vorliegenden informellen Situation in einer Kindertageseinrichtung erkannt und genutzt werden können (von Balluseck & Nentwig-Gesemann, 2008). Damit ergibt sich, dass in der Ausbildung „die Verschränkung von theoretischem Wissen und praktischen Handlungsvollzügen unabdingbar“ (ebd., S. 30) ist. Bislang wird der Lernbereich Mathematik im Rahmen der Ausbildung sehr unterschiedlich thematisiert, wie eine im Projekt durchgeführte Analyse der Ausbildungsordnungen gezeigt hat (Jenßen et al., im Druck). Zukünftige Konzeptionen sollten daher in Ergänzung zu einer generellen Stärkung mathematikbezogener Lerngelegenheiten die praxisbezogene Verschränkung von fach- und fachdidaktischen Inhalten mit handlungspraktischen Erfahrungen bedenken, indem beispielsweise mathematische Probleme aus dem Kontext der Kita (z. B. das Bilden von Mustern) mehrperspektivisch betrachtet werden.

Literatur

- Anders, Y. (2012). *Modelle professioneller Kompetenzen für fröhpädagogische Fachkräfte. Aktueller Stand und ihr Bezug zur Professionalisierung. Expertise zum Gutachten „Professionalisierung in der Fröhpädagogik“*. München: Aktionsrat Bildung.
- Baer, M., Dörr, G., Fraefel, U., Kocher, M., Küster, O., Larcher, S., Müller, P., Sempert, W., & Wyss, C. (2007). Werden angehende Lehrpersonen durch das Studium kompetenter? – Kompetenzaufbau und Standarderreichung in der berufswissenschaftlichen Ausbildung an drei Pädagogischen Hochschulen in der Schweiz und in Deutschland. *Unterrichtswissenschaft*, 35(1), 15–47.
- Ball, D., & Bass, H. (2009). With an Eye on the Mathematical Horizon: Knowing Mathematics for Teaching to Learners' Mathematical Futures. In M. Neubrand (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2009* (S. 11–22). Münster: WTM.
- Bandalos, D. L., & Finney, S. J. (2001). Item parceling issues in structural equation modeling. In G. A. Marcoulides & R. E. Schumacker (Hrsg.), *Advanced structural equation modeling: New developments and techniques* (S. 269–296). Mahwah: Erlbaum.
- Blomberg, G., Stürmer, K., & Seidel, T. (2011). How pre-service teachers observe teaching on video: Effects of viewers' teaching subjects and the subject of the video. *Teaching and Teacher Education*, 27, 1131–1140.
- Blömeke, S., Benthien, J., Döhrmann, M., Busse, A., Kaiser, G., & König, J. (im Druck). Teacher change during induction: Profiles in the development of beginning primary teachers' knowledge and beliefs and their relation to performance. *International Journal of Science and Mathematics Education*.
- Blömeke, S., Busse, A., Kaiser, G., König, J., & Suhl, U. (re-submitted after revisions). On the Nature of Teacher Expertise: Modeling the Relations Between Knowledge, Perceptual Accuracy, and Speed. *American Educational Research Journal*.

- Blömeke, S., Felbrich, A., Müller, C., Kaiser, G., & Lehmann, R. (2008). Effectiveness of teacher education. State of research, measurement issues and consequences for future studies. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, 40(5), 719–734.
- Blömeke, S., Kaiser, G., Döhrmann, M., Suhl, U., & Lehmann, R. (2010). Mathematisches und mathematikdidaktisches Wissen angehender Primarstufenlehrkräfte im internationalen Vergleich. In S. Blömeke, G. Kaiser & R. Lehmann (Hrsg.), *TEDS-M 2008 – Professionelle Kompetenz und Lerngelegenheiten angehender Primarstufenlehrkräfte im internationalen Vergleich* (S. 195–252). Münster: Waxmann.
- Blömeke, S., König, J., Busse, A., Suhl, U., Benthien, J., Döhrmann, M., & Kaiser, G. (2014). Von der Lehrerbildung in den Beruf: Fachbezogenes Wissen als Voraussetzung einer ge- nauen Wahrnehmung und Analyse von Unterricht. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft*, 17(3), 509–542.
- BMFSFJ Bundesministerium für Familie, Senioren, Frauen und Jugend (2010). *Männliche Fachkräfte in Kindertagesstätten – eine Studie zur Situation von Männern in Kindertagesstätten und in der Ausbildung zum Erzieher*. Berlin: Sinus Sociovision.
- Bortz, J., & Döring, N. (2006). *Forschungsmethoden und Evaluation für Human- und Sozialwissenschaftler* (4. Aufl.). Heidelberg: Springer.
- Bühner, M. (2011). *Einführung in die Test- und Fragebogenkonstruktion* (3., aktual. Aufl.). München: Pearson.
- Cronbach, L. J., & Meehl, P. E. (1955). Construct validity in psychological tests. *Psychological Bulletin*, 52, 281–302.
- Duncan, G. J., Dowsett, C. J., Claessens, A., Magnuson, K., Huston, A. C., Klebanov, P., Pagani, L., Feinstein, L., Engel, M., Brooks-Gunn, J., Sexton, H., Duckworth, K., & Japel, C. (2007). School Readiness and Later Achievement. *Developmental psychology*, 43(6), 1428–1462.
- Dunekacke, S., Buhl, M., Jenßen, L., Baack, W., Grassmann, M., & Blömeke, S. (2014). Mathematisches Fachwissen von angehenden Erzieher/-innen und Grundschullehrer/-innen im Vergleich. *Symposium – Perspektiven mathematischer Bildung im Übergang vom Kindergarten zur Grundschule*. Freiburg.
- Fried, L., & Roux, S. (2009). Zur Pädagogik der frühen Kindheit im 21. Jahrhundert – Desiderata. In L. Fried & S. Roux (Hrsg.), *Pädagogik der frühen Kindheit. Handbuch und Nachschlagewerk* (S. 378–382). Berlin: Cornelsen.
- Fröhlich-Gildhoff, K., Nentwig-Gesemann, I., & Pietsch, S. (2011). *Kompetenzorientierung in der Qualifizierung frühpädagogischer Fachkräfte. Eine Expertise der Weiterbildungsinitiative Frühpädagogische Fachkräfte (WiFF)*. München: Deutsches Jugendinstitut e. V.
- Gasteiger, H. (2010). *Elementare mathematische Bildung im Alltag der Kindertagesstätte. Grundlegung und Evaluation eines kompetenzorientierten Förderansatzes*. Münster: Waxmann.
- Ginsburg, H. P., & Ertle, B. (2008). Knowing the Mathematics in Early Childhood Mathematics. In O. N. Saracho & B. Spodek (Hrsg.), *Contemporary Perspectives on Mathematics in Early Childhood Education* (S. 45–66). Charlotte: Information AGE.
- Gudjons, H. (2008). *Handlungsorientiert lehren und lernen: Schüleraktivierung – Selbsttätigkeit – Projektarbeit* (7., aktual. Aufl.). Bad Heilbrunn: Klinkhardt.
- Hartig, J., Frey, A., & Jude, N. (2012). Validität. In H. Moosbrugger & A. Kelava (Hrsg.), *Testtheorie und Fragebogenkonstruktion* (2. Aufl., S. 143–171). Heidelberg: Springer.
- Hogrebe, N., Schulz, S., & Böttcher, W. (2012). Professionalisierung im Elementarbereich – Personalentwicklung im Spannungsfeld von Anspruch und Wirklichkeit. *Soziale Passagen*, 4, 247–261.
- Jenßen, L., Dunekacke, S., Baack, W., Tengler, M., Koinzer, T., Schmude, C., Wedekind, H., Grassmann, M., & Blömeke, S. (im Druck). *KomMa: Mathematikbezogene Kompetenz von Erzieher/-innen: Theoretischer Rahmen, Strukturanalyse und Zusammenhang zu Ausbildungsinhalten*.
- Jenßen, L., Dunekacke, S., & Blömeke, S. (2015). Qualitätssicherung in der Kompetenzforschung: Empfehlungen für den Nachweis von Validität in Testentwicklung und Veröffentlichungspraxis. *Zeitschrift für Pädagogik*, 61. Beiheft, 11–31.
- Joas, H. (1996). *Die Kreativität des Handelns*. Frankfurt a. M.: Suhrkamp.
- Kane, M. T. (1992). The assessment of professional competence. *Evaluation & the Health Professions*, 15(2), 163–182.

- Klibanoff, R. S., Levine, S. C., Huttenlocher, J., Vasilyeva, M., & Hedges, L. V. (2006). Preschool Children's Mathematical Knowledge: The Effect of Teacher „Math Talk“. *Developmental Psychology*, 42(1), 56–69.
- König, J., Blömeke, S., Klein, P., Suhl, U., Busse, A., & Kaiser, G. (2014). Is teachers' general pedagogical knowledge a premise for noticing and interpreting classroom situations? A video-based assessment approach. *Teaching and Teacher Education*, 38, 76–88.
- König, J., & Lebens, M. (2012). Classroom Management Expertise (CME) von Lehrkräften messen: Überlegungen zur Testung mithilfe von Videovignetten und erste empirische Befunde. *Lehrerbildung auf dem Prüfstand*, 5(1), 3–29.
- Krajewski, K., & Schneider, W. (2009). Early development of quantity to number-word linkage as a precursor of mathematical school achievement and mathematical difficulties: Findings from a four-year longitudinal study. *Learning and Instruction*, 19, 513–526.
- Little, T. D., Cunningham, W. A., Shahar, G., & Widaman, K. F. (2002). To parcel or not to parcel: Exploring the question, weighing the merits. *Structural Equation Modeling*, 9, 151–173.
- Lee, J. (2010). Exploring Kindergarten Teachers' Pedagogical Content Knowledge of Mathematics. *International Journal of Early Childhood*, 47(1), 27–41.
- Lee, J., Meadows, M., & Lee, J. O. (2003). *What causes teachers to implement high quality mathematics education more frequently: Focusing on teachers' pedagogical content knowledge*. Washington, D. C.: ERIC.
- MacKinnon, D. P. (2008). *Introduction to statistical mediation analysis*. Mahwah: Erlbaum.
- Metzinger, A. (2006). Geschichte der Erzieherinnenausbildung als Frauenberuf. In L. Fried & S. Roux (Hrsg.), *Pädagogik der frühen Kindheit. Handbuch und Nachschlagewerk* (S. 348–358). Weinheim/Basel: Beltz.
- Muthén, L. K., & Muthén, B. O. (2007). *Mplus User's Guide. Fifth Edition*. Los Angeles: Muthén & Muthén.
- National Advisory Panel (2008). *The Final Report of the National Mathematics Advisory Panel*. U. S. Department of Education.
- Perrez, M., Huber, G. L., & Geißler, K. A. (2001). Psychologie der pädagogischen Interaktion. In A. Krapp & B. Weidenmann (Hrsg.), *Pädagogische Psychologie. Ein Lehrbuch* (4. vollst. überarb. Aufl., S. 358–413). Weinheim/Basel: Beltz.
- Reynolds, A. (1995). One Year of Preschool Intervention or Two: Does it Matter? *Early Childhood Research Quarterly*, 10, 1–31.
- Rost, J. (2004). *Lehrbuch Testtheorie – Testkonstruktion* (2. Aufl.). Bern: Huber.
- Sarama, J., & Clements, D. H. (2009). *Early Childhood Mathematics Education Research. Learning Trajectories for Young Children*. New York: Routledge.
- Schäfer, G. E. (2005). *Überlegungen zur Professionalisierung von Erzieherinnen*. http://www.bosch-stiftung.de/content/language1/downloads/rahmencurriculum_schaefer.pdf [24. 07. 2014].
- Schermelleh-Engel, K., Moosbrugger, H., & Müller, H. (2003). Evaluating the Fit of Structural Equation Models: Tests of Significance and Descriptive Goodness-of-Fit Measures. *Methods of Psychological Research Online*, 8(2), 23–74.
- Seidel, T., & Prenzel, M. (2007). Wie Lehrpersonen Unterricht wahrnehmen und einschätzen – Erfassung pädagogisch-psychologischer Kompetenzen mit Videosequenzen. In M. Prenzel, I. Gogolin & H.-H. Krüger (Hrsg.), *Kompetenzdiagnostik (Zeitschrift für Erziehungswissenschaft, Sonderheft 8, S. 201–216)*. Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.
- Sherin, M. G. (2007). The development of teachers' professional vision in video clubs. In R. Goldman, R. Pea, B. Barron & S. J. Derry (Hrsg.), *Video research in the learning sciences* (S. 383–395). Mahwah: Lawrence Erlbaum.
- Shulman, L. (1986). Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4–14.
- Star, J. R., & Strickland, S. K. (2008). Learning to observe: Using video to improve preservice mathematics teachers' ability to notice. *Journal for Mathematics Teacher Education*, 11(2), 107–125.
- Thole, W. (2010). Die pädagogischen MitarbeiterInnen in Kindertageseinrichtungen. Professionalität und Professionalisierung eines pädagogischen Arbeitsfeldes. *Zeitschrift für Pädagogik*, 53(2), 206–222.

- Thonhauser, J. (2007). Lehrer/-innen handeln situationsspezifisch. In A. Gastager, T. Hascher & H. Schwetz (Hrsg.), *Pädagogisches Handeln: Balance zwischen Theorie und Praxis. Beiträge zur Wirksamkeitsforschung in pädagogisch-psychologischem Kontext. Erziehungswissenschaft, Bd. 24* (S. 47–60). Landau: VEP.
- van Es, E. A., & Sherin, M. G. (2006). Mathematics teachers' „learning to notice“ in the context of a videoclub. *Teaching and Teacher Education, 24*, 244–276.
- van Oers, B. (2009). Emergent mathematical thinking in the context of play. *Educational Studies in Mathematics, 74*(1), 23–37.
- von Balluseck, H., & Nentwig-Gesemann, I. (2008). Wissen Können Reflexion. Die Verbindung von Theorie und Praxis in der Ausbildung von Erzieherinnen. *Sozial Extra, 32*(3-4), 28–32.
- Weinert, F. E. (2001). Concept of Competence: A Conceptual Classification. In D. S. Rychen & L. Hersh Salganik (Hrsg.), *Defining and Selecting Key Competencies*. Göttingen: Hogrefe.
- Weinert, F. E., Schrader, F.-W., & Helmke, A. (1990). Unterrichtsexpertise: Ein Konzept zur Verringerung der Kluft zwischen zwei theoretischen Paradigmen. In L.-M. Alisch, J. Baumert & K. Beck (Hrsg.), *Professionswissen und Professionalisierung: Sonderband in Zusammenarbeit mit der Zeitschrift Empirische Pädagogik* (Braunschweiger Studien zur Erziehungs- und Sozialarbeit, 28, S. 173–206). Braunschweig: Copy-Center Colmesee.
- Widulle, W. (2009). *Handlungsorientiert Lernen im Studium. Arbeitsbuch für soziale und pädagogische Berufe*. Heidelberg: Springer.
- Wild, K.-P., & Krapp, A. (2001). Pädagogisch-psychologische Diagnostik. In A. Krapp & B. Weidenmann (Hrsg.), *Pädagogische Psychologie. Ein Lehrbuch* (4. vollst. überarb. Aufl., S. 513–563). Weinheim/Basel: Beltz.
- Wirtz, M., & Caspar, F. (2002). *Beurteilerübereinstimmung und Beurteilerreliabilität*. Göttingen: Hogrefe.

Anhang G

Dunekacke, S., Jenßen, L., Eilerts, K., & Blömeke, S. (2016). Epistemological beliefs of prospective pre-school teachers and their relation to knowledge, perception and planning abilities in the field of mathematics: A process-model. *ZDM The International Journal on Mathematics Education*, 48, 125-137. DOI: 10.1007/s11858-015-0711-6.

Epistemological beliefs of prospective preschool teachers and their relation to knowledge, perception, and planning abilities in the field of mathematics: a process model

Simone Dunekacke, Lars Jenßen, Katja Eilerts & Sigrid Blömeke

Abstract

Teacher competence is a multi-dimensional construct that includes beliefs as well as knowledge. The present study investigated the structure of prospective preschool teachers' mathematics-related beliefs and their relation to content knowledge and pedagogical content knowledge. In addition, prospective preschool teachers' perception and planning skills were assessed as indicators of teacher performance. Questionnaires were used to measure beliefs, paper-and-pencil based achievement tests to measure knowledge, and a video-based test to measure perception and planning abilities. Confirmatory factor analyses revealed that prospective preschool teachers' mathematics-related beliefs can be distinguished into a static, a process, and an application orientation. Structural equation modeling revealed that an application orientation and mathematics pedagogical content knowledge can predict the ability to perceive mathematical learning situations and to plan adequate actions. Conclusions for preschool teacher education are drawn from the results.

Keywords

Preschool teachers, Teacher education, Teacher knowledge, Teacher beliefs, Teaching skills, Video-based testing

Introduction

There is evidence that beliefs are a crucial aspect of teachers' perceptions of classroom situations and their choice of teaching methods (Leder et al. 2002). Thus, beliefs are also an indicator of the type of teaching methods prospective teachers will use in the classroom (Nespor 1987). When beliefs are examined from a subject and task perspective, research suggests that a link exists between teachers' beliefs and students' achievement (Bromme 2005). Teacher competence can therefore be viewed as a multi-dimensional construct that includes affective-motivational characteristics (e.g., beliefs) in addition to knowledge. Only when teachers' knowledge and beliefs fit together can teachers be expected to draw on their knowledge and be able to successfully master the demands of the classroom (Weinert 2001). The rationale behind this model is that teachers need to be convinced of (i.e., "believe" in) the meaningfulness of certain pieces of knowledge to be willing to apply them.

Besides knowledge and motivational-affective characteristics, teachers need to have situation-specific skills in order to be able to apply their competence in classroom situations. The “competence as a continuum” model (Blömeke, Gustafsson and Shavelson 2014) includes perception, interpretation, and decision-making skills (see also van Es and Sherin 2006; Star and Strickland 2008), which are used to mediate the transformation of knowledge and beliefs into effective classroom performance (Weinert 2001).

Whereas an elaborate theoretical framework and strong empirical findings about these relations exist from research on primary and secondary school teachers, not many studies have addressed preschool teachers’ competence (Ginsburg and Ertle 2008). Preschool learning, especially in Germany, takes place in open and informal settings and begins with the interests and needs of the children. For preschool teachers, this child-centered perspective includes strong situational demands. They have to be sensitive to the interests of the children on the one hand and to be able to identify the potential of certain preschool situations for educational actions on the other hand. Then they have to decide quickly how to link the situations’ potential to the children’s needs via educational activities (e.g., Warfield 2001; Ginsburg and Ertle 2008; van Oers 2009).

By contrast, learning activities in primary schools are often pre-planned, formal and structured, and almost always oriented toward meeting specific learning objectives. In summary, learning in preschools is more child-centered and less well-defined than learning in primary schools. But even with such a child-centered understanding of learning, fostering domain-specific abilities (e.g., related to mathematics) is highly relevant. Children come across mathematics when playing a dice game, being measured or weighed, or playing with building blocks, and they develop mathematical skills while engaging in these processes (Krajewski and Schneider 2009). The development of mathematical skills can be fostered by parents and preschool teachers (e.g., van Oers 2009), but this means that in the open and informal setting of preschools, teachers have to identify and extract mathematics out of potential situations for learning to happen (Warfield 2001; Seo and Ginsburg 2004).

Until now, research investigating the professional competence of preschool teachers to foster domain-specific learning has been scarce, especially in the field of mathematics. It is assumed that preschool teachers need specific knowledge and skills in order to identify the potential of preschool situations and to plan adequate activities (Ginsburg and Ertle 2008), but there is a lack of empirical evidence for these assumptions (Fröhlich-Gildhoff et al. 2011). A crucial question is whether it is possible to transfer the framework and the findings from a formal and structured learning environment, such as primary schools, to an informal learning

environment, such as preschools, where teaching activities are often not systematically planned.

The present study, which took place in the context of the KomMa project¹⁶, addresses this lack of research by examining the knowledge, beliefs, and situation-specific skills of prospective preschool teachers in Germany who are currently enrolled in education programs to work with children between the ages of 3 and 6. This paper examines the structure of prospective preschool teachers' mathematics-related beliefs, the structural relationship between these beliefs and knowledge, and the relationship between knowledge, beliefs, and their perception and planning skills of educational activities for young children.

Theoretical background

Epistemological beliefs about mathematics

Teacher beliefs have long been a focus of research (Leder et al. 2002). However, there is no consistent definition of what is meant by “beliefs” (Benz 2012; Leder et al. 2002; Grigutsch et al. 1998). In this paper, we use Richardson’s (1996, p. 103) definition, where beliefs is defined as “understandings, premises or propositions about the world that are felt to be true”. Studies on preschool, primary school, and secondary school teachers’ beliefs point toward the relevance of subject-specific beliefs for instructional quality and student achievement. In the field of mathematics, many studies follow Grigutsch et al.’s (1998) conceptualization of beliefs and focus on the epistemological nature of beliefs (Felbrich et al. 2008). Grigutsch et al. (1998) classified beliefs into two major orientations: a static orientation which includes formalism-related beliefs and scheme-related beliefs, and a dynamic orientation which includes process-related and application-related beliefs. Table 1 provides an overview of the orientations and the related beliefs. In general, mathematics in the static orientation is seen as a “recipe”. Mathematical lessons that are based on this orientation primarily focus on formal and abstract mathematics. Lessons that are based on a dynamic orientation focus on modeling real-world problems using mathematical languages and analyzing the results of these problems. These lessons contain activities that are highly applicable in reality.

¹⁶ KomMa (Struktur, Niveau und Entwicklung professioneller Kompetenz von Erzieher/innen im Bereich Mathematik) is a joint research project at the Humboldt-Universität zu Berlin and the Alice-Salomon University of Applied Science Berlin. It is funded by the Federal Ministry of Education and Research (FKZ: 01PK11002A) and is part of the funding initiative KoKoHs (Kompetenzmodellierung und Kompetenzerfassung im Hochschulsektor).

Table 1. Belief Orientations (Grigutsch et al. 1998).

Orientation	Related beliefs	Description	Item example
Static orientation	<i>Scheme-related beliefs</i>	Mathematics is seen as an abstract structure. Mathematics as a system of axioms and terms.	“The hallmarks of mathematics are clarity, precision, and unambiguousness”
	<i>Formalism-related beliefs</i>	Theorems and algorithms link the axioms and terms to each other. New concepts can be defined only by proofs.	“Mathematics demands mainly formal accuracy”
Dynamic orientation	<i>Process-related beliefs</i>	Mathematics is an activity that is applied to solve problems and to gather new findings. Mathematics starts with real problems or questions.	“Mathematics is an activity involving thinking about problems and gaining insight”
	<i>Application-related beliefs</i>	Estimated application of mathematics for real life.	“Mathematics is helpful for solving everyday problems and tasks”

These orientations are hypothesized to be related to each other and thus form a belief system. In a study with secondary school mathematics teachers, Grigutsch et al. (1998) showed that formalistic- and scheme-related orientations are positively related to each other but negatively correlated with a process-related orientation; and a process-related orientation is positively correlated with an application- related orientation. Felbrich et al. (2008) supported these findings to a large extent in a sample of prospective teachers. However, their data did not support a negative relation between the formalistic and process-related orientations, as found in Grigutsch et al.'s (1998) work. Felbrich et al. (2008) interpreted this difference as a result of different frames of reference: Whereas practicing teachers use their in-school experience with school mathematics as a frame of reference, prospective teachers may use university mathematics as a frame of reference.

Benz (2012) specifically examined the mathematics- related beliefs of preschool teachers. She examined Beliefs about Mathematics in General, a term used by Grigutsch et al. (1998), and Attitudes about Learning and Teaching Mathematics. In contrast to Grigutsch et al. (1998), Benz (2012) found a three-dimensional structure of Beliefs about Mathematics in General. Benz (2012) was not able to distinguish between formalism and scheme related beliefs in a static orientation, but found process- and application-related orientations as two distinct belief facets of pre-school teachers in a dynamic orientation. This model of belief structure was verified by Benz (2012) with a factor analysis. Data revealed that German in-service preschool teachers preferred the static orientation as well as application- and process-related orientations. Moreover, Benz (2012) found that Beliefs about Mathematics in General are

positively connected to Attitudes about Learning and Teaching Mathematics. “Educators who most likely agreed with the aspect of process show the highest mean concerning statements based on the constructive aspect of teaching and learning mathematics. Educators who most likely agreed with the aspect of formalism and scheme show, in comparison to the other groups, the highest mean concerning statements based on an instructive understanding of teaching and learning mathematics” (Benz 2012, p. 207).

Thiel (2010) also investigated Beliefs about Mathematics in General and applied an exploratory factor analysis to identify the structure of these beliefs. His findings supported a two-dimensional structure that includes process- and application-related beliefs on the one hand and formalistic- and scheme-related beliefs on the other hand. Lee and Ginsburg (2007) also investigated Attitudes about Learning and Teaching Mathematics. Their results indicated that all teachers viewed mathematical learning in preschools as important but that they pursued differential learning objectives. Whereas teachers working with low-SES children supported a goal-based type of mathematical learning, teachers of middle-SES children supported child-centered learning.

These studies show the inter-relatedness of preschool teachers’ beliefs in the field of mathematics. Preschool teacher education follows a process-related mathematics orientation (Benz 2012; Thiel 2010), which aims to help preschool teachers to see everyday activities (e.g., playing with building blocks) as opportunities to learn mathematics by identifying the mathematical problem (e.g., how to put the blocks together) and use the objects available (e.g., the blocks) in a creative way to solve the problem. However, there is a lack of research on whether beliefs and skills are in fact related in this way.

Professional knowledge in the field of mathematics

Similar to the lack of research on preschool teachers’ beliefs, not much research has focused on the professional knowledge of prospective preschool teachers either (Ginsburg and Ertle 2008). Knowledge describes the cognitive facets of teachers’ competence. In contrast to beliefs, which have a subjective aspect that is based on an individual’s own understanding, knowledge represents a common understanding of what is “correct” in a domain, for example, an understanding that is based on empirical results (Shulman 1986). Teacher knowledge can be conceptualized as a three-dimensional construct that includes mathematical content knowledge (MCK), mathematics pedagogical content knowledge (MPCK), and general-pedagogical knowledge (GPK). This three-dimensional construct has been confirmed by em-

pirical studies that involve primary and secondary school teachers (e.g., Blömeke et al. 2008; Ball and Bass 2009).

A teacher's understanding of MCK "is essential in listening flexibly to others and hearing what they are saying or where they might be heading" and in planning for adequate learning situations (Ball and Bass 2000, p. 86). Conceptualizations of primary school teachers' MCK distinguish between mathematical subdomains and mathematical processes (Blömeke et al. 2008). In our study, we follow this conceptualization and distinguish between four mathematical subdomains, namely (a) Geometry, (b) Number and Operations, (c) Quantity and Relation, and (d) Data, Combinatorics, and Chance. Moreover, we distinguish between six mathematical processes, namely (a) problem solving, (b) modeling, (c) communicating, (d) representing, (e) reasoning, and (f) pattern and structuring. These different subdomains and processes are conceptualized with respect to the mathematical skills that preschool teachers are expected to foster in children between the ages of 3 and 6 but from a higher point of view. We expect MCK to be a necessary component for teachers to diagnose and foster children's mathematical learning (Ginsburg and Ertle 2008).

Other than MCK, mathematics pedagogical content knowledge (MPCK) has been conceptualized as an important dimension of preschool teachers' professional competence (Sarama and Clements 2009; Ginsburg and Ertle 2008). Analyses of preschool teacher education curricula in Germany as well as analyses of preschool standards (Jenßen et al. 2015c) have revealed that MPCK covers four subdimensions, namely (a) knowledge about the development of mathematical abilities at the ages of 3–6, (b) how to diagnose such abilities, (c) knowledge about the arrangement of mathematical learning in planned and open situations, and (d) knowledge about fostering corresponding learning.

With respect to the relation between knowledge and beliefs in new primary school teachers, Blömeke et al. (2015) found that primary school teachers' strong mathematics-related knowledge base is related to their dynamic beliefs about the nature of mathematics and its teaching and learning, while a weaker knowledge base is related to less dynamic beliefs. These differences can significantly predict teachers' performance in mathematics teaching in terms of perception, interpretation, and decision-making skills (ibid.).

Similar positive relations have been confirmed in studies on preschool teachers' beliefs about the learning of young children and classroom performance (Charlesworth et al. 1993; Stipek and Byler 1997). However, teachers' knowledge was not assessed in these studies. In conclusion, several studies have pointed to the relevance of MCK, MPCK, and beliefs for

teachers' performance, but we are not aware of any studies that have examined the relation between pre- school teachers' knowledge and their beliefs.

The skill to perceive situations

The skill to perceive situations (PERC) is an important facet of professional pedagogical competence when teachers are working in classroom situations that can be characterized as complex, heterogeneous, and less standardized than primary classrooms (Perrez et al. 2001). With respect to the organization of learning processes in the open and informal settings of preschool, it can be hypothesized that such a skill may even be more relevant for this group of teachers than in primary or secondary schools (Fröhlich- Gildhoff et al. 2011). A precise perception and an appropriate interpretation of what was perceived should provide the basis to activate preschool teachers' knowledge and to make meaningful decisions (van Es and Sherin 2006).

Van Es and Sherin (2006) described perception—what they call noticing—and interpreting as a process that is comprised of a total of three steps: “(a) *identifying what is important in a teaching situation*; (b) *using what one knows about the context to reason about a situation*; and (c) *making connections between specific events and broader principles of teaching and learning*”. Star and Strickland (2008) provided evidence that in teacher training, the step of “identifying what is important in a teaching situation” is most important, because it provides the basis for all other steps. Perception can and must be learned during teacher training and practice (Perrez et al. 2001; Star and Strickland 2008). Data provided by Star and Strickland (2008) confirmed that novice teachers often focus on the static features of the class, whereas experts also perceive the dynamic aspects of classroom situations.

The focus of the present study is teachers' mathematics- related perception of open and informal preschool situations. In this context, perception of learning moments can be regarded as the first important step. As already mentioned, preschool learning is mostly child-centered: Children come with their interests and needs, and preschool teachers identify these by perceiving them adequately and then offer learning opportunities through the zone of proximal development. From a mathematical point of view, the teacher thus has to identify the key stages of mathematical learning processes (Hasemann and Gasteiger 2014).

The current state of research includes only a few studies that investigate the knowledge and beliefs of prospective preschool teachers and to the relationship between knowledge, beliefs, and perception skills. These studies have shown the inter-relatedness of preschool teachers' mathematics-related beliefs, and they have provided preliminary evidence that these be-

liefs are connected to teaching practice (see above). Kersting (2008) provided additional evidence that teachers' MCK is correlated with their scores in a video analysis of classroom instruction.

The ability to plan educational activities

The implementation of educational activities is a process that consists of several phases that have been given different names by different authors. These phases include: (a) Planning of actions, (b) Implementation of these actions, and (c) Evaluation (Fröhlich-Gildhoff et al. 2011; Widulle 2009). All phases are assumed to build on professional knowledge (Widulle 2009).

Planning of Action (ACT), sometimes called decision-making, is the first step and is the focus of this study. The planning phase is similar to modeling real-world problems and mediates the transformation of knowledge into observable classroom performance, but it is not the same as modeling real-world problems (Hogrebe et al. 2012). Planning of Action comes after the perception and interpretation of the situation, during which the actor ideally verifies his or her perception on the basis of theory and data (Hogrebe et al. 2012). The verification and realization of an opportunity to act is probably to some extent specific to the respective classroom situation (Joas 1996). Planning of Action includes making decisions about the aims and the structure of subsequent actions (Widulle 2009).

Lee (2010) examined differential effects of MPCK subdomains on preschool teacher performance in the classroom. Their results revealed that teachers with a higher educational degree (Masters/Doctorate in contrast to Bachelors) performed better than those who do not. Moreover, teachers performed better in subdomains close to their everyday life and work (e.g., "Number sense" or "Pattern") (ibid.). This relation was mediated by preschool teachers with high MPCK, who planned educational activities of high quality for children (Lee et al. 2003).

Research questions and hypotheses

Our study addresses preschool teachers' Beliefs about Mathematics (also known as Beliefs about Mathematics in General (Benz 2012; Thiel 2010)) and preschool teachers' content and pedagogical content knowledge in the field of mathematics. In this context, we examine two research questions. First, how are prospective preschool teachers' Beliefs about Mathematics structured? Two competing hypotheses are discussed in the literature: Thiel (2010) found a two-dimensional beliefs structure in in-service preschool teachers of different ages

whose trainings were based on different curricula. By contrast, Benz (2012) found a three-dimensional beliefs structure.

Second, how are beliefs and knowledge linked to perception and planning skills? Until now, there has been almost no evidence for the relations between preschool teachers' beliefs, knowledge, perception, and planning skills. Beliefs seem to be correlated with primary and secondary school teachers' teaching practice (Charlesworth et al. 1993; Stipek and Byler 1997), and knowledge seems to be correlated with teachers' perception skills (Kersting, 2008). We hypothesize that preschool teachers also need knowledge and beliefs in order to develop an understanding of how children will react in various situations, and hence, how teachers can help guide children through these situations as well as how, for example, a child's zone of proximal development can be reached. This hypothesis is based on the theoretical conceptualization of competence put forth by Blömeke et al. (2014) and Fröhlich-Gildhoff et al. (2011): Prospective preschool teachers' knowledge and beliefs predict their situation-specific skills such as their perception skills and their planning of educational activities (decision-making).

More precisely, from prior research, we know that MCK and MPCK directly predict perception skills and indirectly predict planning skills (Dunekacke et al. 2015a and b). By contrast, no direct effects of the knowledge facets on the planning skills have been identified (Dunekacke et al. 2015a and b). In the current study, we hypothesize a correlation between perception skills and planning skills exists in prospective preschool teachers. We also hypothesize the lack of correlation between knowledge and planning skills in prospective preschool teachers. Finally, based on Weinert's (2001) conceptual framework and Blömeke et al.'s (2014) results for school teachers, we hypothesize that beliefs can directly predict perceptual skills and indirectly predict planning skills for prospective preschool teachers.

Method and design

Instruments

Beliefs questionnaire

On the basis of Grigutsch et al. (1998), we surveyed prospective preschool teachers' Beliefs about Mathematics in terms of a static orientation (SO), which includes formalism- and scheme-related beliefs, a process orientation (PO), and an application orientation (AO). Grigutsch et al. (1998) examined these with a list of a total of 44 items. Most of these specifically address secondary school teachers and are not applicable in our study. Therefore, we reduced the item pool to 17 items (6 capturing AO, 7 capturing SO, and 4 capturing PO). The


following are some examples of the questionnaire used in this study: “Mathematics is helpful for solving everyday problems and tasks” for AO, “The hallmarks of mathematics are clarity, precision, and unambiguousness” for SO, and “Mathematics is an activity that involves thinking about problems and gaining insight” for PO (ibid.; translated version). Participants were asked to rate the items on a 6-point Likert scale ranging from “strongly disagree” to “strongly agree”.

Achievement tests for MCK and MPCK

The paper-and-pencil based MCK test used in the current study is developed by the KomMa project and consists of 24 multiple-choice and open-response items. An example of the test is given in Fig. 1. All items combine a mathematical subdomain (e.g., number and operations) with a mathematical process (e.g., communicating). The test empirically distinguishes between the four mathematical subdomains, and each subdomain consists of six items (Jenßen et al. 2015c). Content validity of the test is confirmed by an expert panel (Jenßen et al. 2015a). Criterion- and construct validity are also confirmed (Dunekacke et al. 2015a; Jenßen et al. 2015a and c). The multiple-choice and the open-response items are coded dichotomously (right/ wrong). Inter-rater reliability for all open-response items is very good (Yules $Y \geq 0.95$)¹⁷.

The psychometric properties of the test are good (see Dunekacke et al., 2015a). Four item parcels that are designed based on the four subdimensions described above are used as indicators in a confirmatory factor analysis (CFA). Analyses reveal that the model is a good fit to the data [$\chi^2(2) = 1.87$, $p = 0.39$, RMSEA = 0.00 [0.00; 0.11], SRMR = 0.01, CFI = 1.00] when the factor loadings and intercepts are freely estimated. Cronbach’s alpha is 0.80 and thus acceptable. The variance of the model is 1.11 (0.20, $p < 0.001$), which is acceptable too.

¹⁷ Yules Y is a better estimator for Cohen’s κ when marginal distributions are unequal (Wirtz and Caspar 2002).



Chris has a blue, a green, a red and a yellow cube.
Chris wants to pile up a tower with the four cubes

Which arithmetic expression provides the number of possibilities of the different towers?

Please indicate your answer with a cross

☐ $4 + 4 + 4 + 4$

☐ $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4$

☐ $4 \cdot 3 \cdot 2$

☐ $4 + 3 + 2$

Figure 1: Item FW414 (right answer: 3, data, combinatory, and chance)

The paper-and-pencil based MPCK test used in the current study is developed by the KomMa project as well. The test consists of 12 multiple-choice and one open-response item, an example is given in Fig. 2. The test follows the theoretically established subdimensions (e.g., arrangement of mathematical learning in planned and open situations, and knowledge about the development of mathematical literacy). Content validity of the test is confirmed by an expert panel (Jenßen et al. 2015a), and our research team provided the first evidence for the prognostic validity of the test (Dunekacke et al. 2015b). All items are coded dichotomously (right/wrong). For the open-response item, Cohen's κ is 0.88, which is very good for a complex construct such as MPCK (Wirtz and Caspar 2002).

Max and Mia have each made a row of four different sized toy cars. Max cars are further apart, so that its range is longer. Max claims: „I have more cars.“

Why could Max have come to this claim?

Please indicate your answer with a cross.

☐ 1 Max does not know that the length of the row has no effect on the number of cars.

☐ 2 Max does not know that the order of the cars has no effect on their number.

☐ 3 Max does not know that the size of the car says nothing about the number of cars.

☐ 4 Max does not know yet that it does not matter what order the cars in the row.

Figure 2: Item MD210 (right answer: 1; domain knowledge about development of mathematical literacy).

Earlier models made up of twelve test items as indicators (Dunekacke et al. 2015b) revealed a good model fit. Since the number of parameters to be estimated is too large in relation to the number of participants in the present study, we built item parcels that are half the size of the original test. We refer to these as test-halves. Each test-half includes six items and covers the four subdimensions of MPCK. Analyses reveal that the model is a good fit [$\chi^2(1) = 0.17$, $p = 0.68$, $\text{RMSEA} = 0.00$ [0.00; 0.12], $\text{SRMR} = 0.03$, $\text{CFI} = 1.00$] when the

factor loadings and the variance of the factor are fixed to one and the intercepts are freely estimated. Cronbach's alpha is 0.65 and thus acceptable. The model parameters are reported in Table 2. Both test-halves represent the construct in a similar way.

Table 2: Factor loadings and variance explained (R^2) of the MPCK model (standardized CFA results)

Measurement	λ	SE (λ)	p -value	R^2	SE (R^2)	p -value
Test-half 1	0.67	0.02	0.000	0.44	0.03	0.000
Test-half 2	0.72	0.02	0.000	0.52	0.03	0.000

Video-based tests for PERC and ACT

Lastly, we administered a video-based test. Videos have been used in research on teacher training in recent years (König et al. 2014; Blomberg et al. 2011; Baer et al. 2007). Videos provide a standardized but very realistic way to measure responses as they capture the complexity of the classroom situation (Baer et al. 2007). Moreover, videos have a high user acceptance in contrast to traditional paper- and-pencil tests (Blomberg et al. 2011). Although this realistic form of measurement offers these benefits, it also has the disadvantage of limited generalizability because, due to time limits, it is possible to show only a limited number of videos to the test participants (Kane 1992). König et al. (2014) and Blomberg et al. (2011) pointed out that, therefore, the selection of videos is very important. In our study, we selected three videos on the basis of an expert panel and a literature review (Dunekacke et al. 2015b).

The current study uses three unscripted videos selected from a large pool of videos recorded in one preschool because children between the ages of 3 and 6 are too young to follow a script. The videos include different mathematical subdimensions (number, geometry, and measurement) and contexts representing everyday life in preschools. The videos are used as item-prompts as they are common in teacher research (König et al. 2014; Blomberg et al. 2011; Baer et al. 2007). The participants were asked to answer eight predominantly open-response items related to each video: four items are used to capture the participants' ability to perceive situations (PERC; "Please describe three aspects relevant from a mathematics education perspective in this situation and provide exemplary evidence for each"), and four items are used to capture their ability to plan actions (ACT; e.g., "Please provide two options for how to react appropriately in this situation from a mathematics education perspective").

A coding system for all open-response items is developed based on discussions with experts, an informal pretest, and a literature review (Dunekacke et al. 2015b). The coding scheme is enriched with answers from the field study when participants provide meaningful

responses (ibid.). The items are coded dichotomously (right/wrong), and the inter-rater reliability is good (Yules $Y \geq 0.8$). The coding directions for PERC and ACT are operationalized from the targeted mathematical point of view (Dunekacke et al. 2015a). With respect to PERC, participants' responses include descriptions of mathematical materials (e.g., "Different representations of the number are shown") and descriptions of mathematical actions (e.g., "Children try to display their size with their hands (strategy use)"). With respect to ACT, the open-response items require participants to recognize the mathematical idea in the situation and to develop a plan to foster children's learning (e.g., ask a question such as: "Which of you is the bigger one?") or to describe how to help the children in the situation (e.g., "Give them a stick to mark their height"). Content validity of the test is confirmed by an expert panel (Dunekacke et al. 2015b).

The psychometric properties of both CFA models are good (see Dunekacke et al., 2015a, b). Three item parcels are created according to the three videos. Each item parcel consists of four items. The model fit of both models is reported in Table 3. Cronbach's alpha is 0.53 for the PERC model and 0.70 for the ACT model. The variance is 0.23 (0.03, $p < 0.001$) for the PERC model and 0.27 (0.046, $p < 0.001$) for the ACT model. While the variances are low in both cases, they are significant.

Table 3: The fit of PERC and ACT models to the data

Model	df	χ^2	p-value	RMSEA	SRMR	CFI
PERC model	3	3.07	0.38	0.01	0.04	0.99
ACT model	2	4.85	0.09	0.07	0.04	0.98

df = degrees of freedom, χ^2 = chi-square value, RMSEA = Root Mean Square Error of Approximation (absolute fit index), SRMR = Standardized Root Mean Square Residual (absolute fit index), CFI = Comparative Fit Index (relative fit index)

Data collection

Preschool teachers in Germany are trained in two different ways. A small minority of them attend higher education at universities of applied sciences. The majority of them are trained at the secondary level at vocational schools. The current study took place in five German vocational schools from two federal states (Berlin and Lower Saxony). Sixteen classes from these schools participated in the study. Data was collected at three separate occasions (t1, t2, and t3). At t1, participants worked on the beliefs questionnaire and the MCK test, at t2 on the MPCK test, and at t3 on the video-based test. The time period between each data collection point ranged from 2 days to 3 weeks. The assessments were administered by the authors or trained project assistants in order to ensure objectivity. The videos were shown in the same order and only once at each vocational school.

Sample

354 prospective preschool teachers took part in the study. On average, they were 23 years old ($SD = 4.1$; $min = 17$; $max = 46$). 83 % were female, a proportion that agrees with the gender ratio of prospective preschool teachers in Germany. The participants were in different years of pre-school teacher training: 42 % were in their first year, 33 % in their second year, and 26 % in their third and last year. Thus, they represent a full range of competences that could be found in German preschool teacher education programs with various backgrounds in mathematics education (Jenßen et al. 2015c).

Data analyses

Data analyses were implemented with the software MPlus5.2, which took the clustered structure of the data into account with 16 classes representing the second level (Muthén and Muthén 2007). First, confirmatory factor analyses (CFAs) were applied to examine whether the belief scales model fit the data. In all CFA models, item parcels were used. An item parcel is an aggregate-level indicator comprised of four or more items. Item parceling is recommended when the structure of the latent constructs is the research interest (Little et al. 2002).

Second, we used a structural equation model (SEM) to analyse the hypothesized structure of the latent constructs MCK, MPCK, PERC, ACT, and the belief scales. The fit of the CFA and the SEM were evaluated with the Chi square deviance, the Comparative Fit Index (CFI), and two global fit indices (Root Mean Square Error of Approximation, RMSEA; and its standardized version, the SRMR). A $CFI > 0.95$ indicates a very good model fit, and a $CFI > 0.90$ indicates a good model fit (Hu and Bentler 1999). $RMSEA$ and $SRMR < 0.05$ indicate a very good model fit; $RMSEA$ and $SRMR < 0.08$ indicate a good model fit (ibid.).

Results

The structure and model fit of the belief scales

First, a CFA model was used to analyze the three Beliefs about Mathematics facets: static orientation (SO), process orientation (PO), and application orientation (AO). Two item parcels were built for each facet. A static orientation was indicated by a formalism- and a scheme-related parcel. A process orientation and an application orientation were each indicated by parcels for which the respective items had similar factor loadings. We analyzed the data against two models: Thiel's (2010) two-dimensional model which consists of a static orientation and a dynamic orientation, and Benz's (2012) three-dimensional model where dynamic orientation is split into a process and an application orientation. Benz's (2012) model stresses

the importance of an application orientation with respect to preschool teachers. The fit indices for the two models are reported in Table 4.

Table 4: The fits of two-and three-dimensional beliefs models to the data

Model	df	χ^2	p-value	RMSEA	SRMR	CFI
Two-dimensional model	11	71.557	0.00	0.14	0.09	0.85
Three-dimensional model	9	16.196	0.06	0.05	0.05	0.98

df = degrees of freedom, χ^2 = chi-square value, RMSEA = Root Mean Square Error of Approximation (absolute fit index), SRMR = Standardized Root Mean Square Residual (absolute fit index), CFI = Comparative Fit Index (relative fit index)

The three-dimensional model fits the data substantially better than the two-dimensional model. Table 5 presents the factor loadings for the three-dimensional model.

Table 5: Factor loadings and variance explained (R^2) for the beliefs model (standardized CFA results)

Measurement	λ	SE (λ)	p-value	R^2	SE (R^2)	p-value
static orientation (SO)						
SO (formalism-related)	0.89	0.04	0.000	0.79	0.08	0.000
SO (scheme-related)	0.69	0.04	0.000	0.47	0.04	0.000
process orientation (PO)						
PO 1	0.87	0.02	0.000	0.75	0.08	0.000
PO 2	0.74	0.03	0.000	0.55	0.04	0.000
application orientation (AO)						
AO 1	0.86	0.03	0.000	0.74	0.06	0.000
AO 2	0.76	0.03	0.000	0.58	0.05	0.000

Structural equation model for the relations between MCK, MPCK, PERC, ACT, and beliefs

The second step of the analysis combines the various knowledge, skills, and beliefs models into a structural equation model (SEM) that includes the hypothesized relations as presented in Fig. 3. As previously mentioned, our hypotheses are based on Weinert's (2001) conceptualization and Blömeke et al.'s (2014) results, which indicated that knowledge and beliefs predict perception skills and that these perception skills in turn predict planning skills. Our data revealed that our final model achieved an acceptable fit [$\chi^2(129) = 153.13$, $p = 0.07$, RMSEA = 0.02 [0.00; 0.04], SRMR = 0.05, CFI = 0.98]. To facilitate an understanding of the outcomes of our model, we report the correlations between knowledge and beliefs as predictors in Table 6.

Table 6: Correlations between the predictors (standardized CFA results)

Measurement	MPCK	SO	PO	AO
MCK	0.67 (0.08)	n.s.	0.33 (0.05)	0.36 (0.04)
MPCK		n.s.	0.26 (0.09)	0.35 (0.05)
SO			0.28 (0.09)	0.30 (0.10)
PO				0.69 (0.04)

Effect size (standard error)

The two knowledge facets strongly correlate with each other (see Table 6). Our results match the results found in Blömeke et al.'s (2008) study on prospective secondary school teachers and our own research on prospective pre- school teachers (Jenßen et al. 2015c).

Interestingly, the three beliefs facets also positively correlate with each other. The positive correlations between PO and AO support Grigutsch et al. (1998) and Felbrich et al.'s (2008) results, which were based on data from (prospective) secondary teachers. Moreover, our results show positive correlations between the two knowledge facets and the process- and application-related orientations. These results also support the results derived from Blömeke et al.'s (2012) work with primary school teachers. In addition and in contrast to other findings, our results indicate positive correlations between the static orientation (SO), the process-related orientation, as well as the application-related orientation.

Next, the regression coefficients from the structural equation model that describe the hypothesized relations between the predictors and the outcomes are given in Fig. 3.

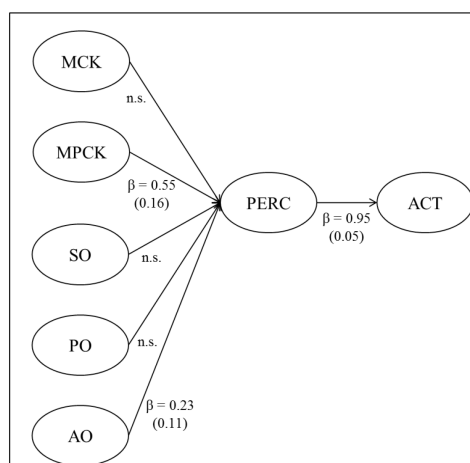


Figure 3: Structural equation model

When knowledge and beliefs are both controlled, MPCK and application-related beliefs can predict the perception skills of prospective preschool teachers. Participants' perception skills can then be used to predict their planning skills. These results are in line with Blömeke et al.'s (2014) work. In addition, our data reveal a significant indirect effect of MPCK on ACT ($\beta_{\text{ind}} = 0.51 (0.15)$), a finding that is in line with theoretical assumptions from the literature (Fröhlich-Gildhoff et al. 2011) and empirical results from our prior research (Dunekacke et al. 2015a and b). Neither MCK nor SO or PO has significant effects on PERC. The indirect effects between each independent variable and ACT are not significant either.

However, given the strong correlation between the two knowledge facets, it may be meaningful to develop a hierarchical structure in which MCK is modeled as a precondition for

MPCK. The role of MCK in teaching is often discussed but has yet to be clarified (Kahan et al. 2003). Ball (1988) pointed out that MCK is a necessary but not sufficient precondition for teaching, in particular for the lower grades in the school system. This model is displayed in Fig. 4.

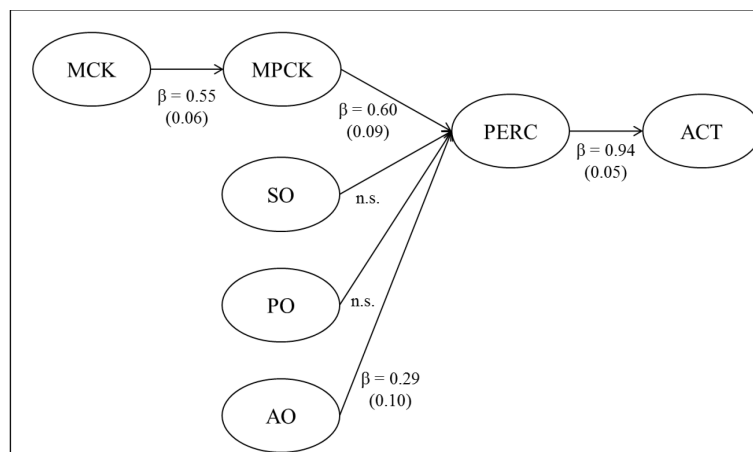


Figure 4: Revised structural equation model

In fact, it demonstrates an acceptable fit [$\chi^2(133) = 164.43$, $p = 0.03$, RMSEA = 0.03 [0.01; 0.04], SRMR = 0.06, CFI = 0.98].

This model describes two aspects that are important for prospective preschool teachers' perception and planning skills, namely, their knowledge and beliefs. In contrast to our initial model, the role of MCK has been changed from a direct predictor of teachers' skills to a precondition for MPCK. Otherwise, the relation between the predictors (Table 7) and the relation between the predictors and out- comes are similar to the first model (Fig. 4).

Table 7: Correlations between the predictors in the revised model (standardized CFA results)

Measurement	SO	PO	AO
MCK	n.s.	0.33 (0.06)	0.38 (0.04)
SO		0.27 (0.08)	0.30 (0.10)
PO			0.69 (0.04)

Effect size (standard error)

Discussion

The present study examines the structure of prospective preschool teachers' beliefs about mathematics and how these beliefs are related to knowledge, perception, and planning skills. Beliefs about mathematics have already been examined in studies with in-service preschool teachers (Benz 2012; Thiel 2010) and with prospective primary school teachers (Felbrich et al. 2008) but not with prospective preschool teachers. Our results reveal that the belief structure of prospective preschool teachers differs from the one reported by Thiel (2010). Thiel found two factors in in- service preschool teachers' belief structure (a scheme- and for-

malistic-related orientation and a process- and application-related orientation). By contrast, the present study presents three factors in prospective preschool teachers' belief structure: a static orientation (including scheme- and formalistic-related beliefs), a process-related orientation, and an application-related orientation.

These results are not only in line with Benz's (2012) results, but it is also possible to interpret our results from a conceptual point of view. Most of the participants began their pre-school teacher education with little mathematical experience from their own schooling. Also, mathematics has yet to be sufficiently included in all curricula for pre-school teacher training (Benz 2012; Jenßen et al. 2015c). In addition, Wittmann (2009) suggested that it would be reasonable to expect many prospective preschool teachers to have negative experiences with mathematics during their schooling. Mathematics anxiety is a serious problem in this group (Jenßen et al. 2015b). It can be assumed that these minimal and negative experiences result in an undifferentiated scheme- and formalistic-related orientation toward mathematics. Independently, the prospective pre-school teachers may have had unsystematic experiences with mathematics as a process or as applications. Such an interpretation is reflected by the correlation coefficients. Process- and application-related orientations are related to the static orientation with only medium strength.

In addition, this study provides results on the relations between prospective preschool teachers' beliefs and their knowledge, although this is not the main focus of this research. Prior studies with prospective primary and lower-secondary teachers revealed that high mathematics content knowledge and mathematics pedagogical content knowledge were not only significantly related to student-related beliefs about the teaching and learning of mathematics but may also facilitate change with respect to these constructs (Blömeke et al. 2015). Our data also reveals a positive relation between knowledge and beliefs about mathematics in general. This relation may indicate how prospective pre-school teachers' beliefs may be changed so that they may eventually value process- and application-related orientations more than they do now.

Our second research question focuses on how knowledge and beliefs are linked to situation-specific skills, namely, perception and planning of action. Whereas some studies have revealed a significant relation between the mathematics-related beliefs of preschool teachers and their teaching practice (Lee and Ginsburg 2007; Stipek and Byler 1997; Charlesworth 1993), a corresponding relation between knowledge and their teaching practice is only theoretically assumed (Lee 2010; Sarama and Clements 2009; Ginsburg and Ertle 2008). Furthermore, the effects of knowledge and beliefs when one of them is controlled are unknown. The

results of the present study demonstrate that special parts of knowledge and beliefs can predict preschool teachers' perception skills and abilities in planning adequate actions. In particular, the mathematics pedagogical content knowledge and the application-related orientation of mathematics can predict perception skills. These results provide the first evidence that MPCK has a crucial role in the context of early education. However, against our initial expectation that was derived from the literature (Ginsburg & Ertle 2008), no direct effect of MCK is found in our study.

On the basis of our findings, we revise our initial model and regard MCK as a predictor of MPCK. The revised model demonstrates a good fit to the data. The model still corresponds with the theoretical framework developed by Blömeke et al. (2014), in which different facets of dispositions and situation-specific skills have to be integrated in order for teachers to perform effectively in the classroom. However, this model better reflects the mathematics pedagogical literature that describes MCK as a necessary but not a sufficient precondition for teaching performance (Ball 1988). It seems as though mathematics content knowledge serves as a precursor to mathematics pedagogical content knowledge in the case of preschool teachers. Due to the empirical nature of this model, however, it can serve only as the foundation upon which to build future hypotheses.

Before we turn to our conclusions, we need to discuss the methodological limitations of our study. First, the limited reliability of the MPCK scale should be noted. Whereas content validity for the scale has been confirmed in several studies (e.g., Jenßen et al. 2015a and b; Dunekacke et al. 2015a and b), the reliability of the questionnaires may be affected by unbalanced number of multiple-choice and open-response items in the questionnaires. However, the reliability was still sufficient to allow statements to be made on the group level. In addition, our results were affected by these limitations only in that they were more conservative (i.e., it is more difficult to uncover significant relations).

The second limitation is the strong relation between PERC and ACT, thus indicating that the two constructs cannot be distinguished empirically. A reason for this might be that both constructs were captured simultaneously using the same videos. Hence, on an empirical basis, it could be argued that perception and planning of action are one construct. By contrast, there are strong conceptual arguments that these are two different constructs. Perception is by itself already a very complex construct (van Es and Sherin 2006; Star and Strickland 2008). In the context of early education, this skill is an important aspect of teachers' work in identifying children's interests. This identification is relevant not only for planning adequate actions but, for example, also for reporting children's development (e.g., to parents). Therefore, we argue

that perception and planning of action should be treated as two constructs. To support this conception with data, we intend to conduct a study in which different videos will be used to assess PERC and ACT.

Conclusions

Our study provides evidence that the skills needed to perceive mathematical learning situations and to plan adequate mathematics-related actions in the open, informal setting of German preschool require specific mathematics pedagogical content knowledge. This has been assumed for a number of years and is also indicated by the definition of competence, but this is the first time that this relation has been supported with data. Moreover, we are able to shed light on the role of mathematical content knowledge. With respect to the arrangement of mathematics education in preschool teacher training, these results indicate that it might be important to focus the curriculum of preschool teacher education more on the acquisition of mathematics pedagogical content knowledge, which is currently strongly neglected. We also argue that as prospective preschool teachers gain MCK and MPCK, it is possible to shift their belief system into putting more value on process- and application-related orientations than they do now.

Since these conclusions are based on only one study and a model that was developed empirically, further studies are needed to replicate these results. In particular, the new model needs to be confirmed with data from another sample.

On the basis of her findings about beliefs about mathematics, Benz (2012) argued that teacher training must provide prospective teachers with their own process- and application-related mathematical experiences. Our results support this conclusion. We can in addition carefully reason that it could be a good idea to start teacher training with cases that show situations of early mathematical learning because the current results show that perception of the learning situation is the link between knowledge and beliefs about the planning of action as a further step in the practice of teaching. Moreover, this type of training has high user acceptance and offers greater motivation for prospective teachers (Bloomberg et al. 2011).

References

- Baer, M., Dörr, G., Fraefel, U., Kocher, M., Küster, O., Larcher, S., et al. (2007). Werden angehende Lehrpersonen durch das Studium kompetenter?—Kompetenzaufbau und Standarderreichung in der berufswissenschaftlichen Ausbildung an drei Pädagogischen Hochschulen in der Schweiz und in Deutschland. *Unterrichtswissenschaft*, 35(1), 15–47.
- Ball, D. (1988). *Research on teaching mathematics: making subject matter knowledge part of the equation*. East Lansing: National Center for Research on Teacher Education.

- Ball, D., & Bass, H. (2000). Interweaving content and pedagogy in teaching and learning to teach: knowing and using mathematics. In J. Boaler (Ed.), *Multiple perspectives on the teaching and learning of mathematics* (pp. 83–104). Westport: Ablex.
- Ball, D., & Bass, H. (2009). With an eye on the mathematical horizon: knowing mathematics for teaching to learners' mathematical futures. In M. Neubrand (Ed.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2009* (pp. 11–22). Münster: WTM.
- Benz, C. (2012). Attitudes of kindergarten educators about math. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 33, 203–232.
- Blomberg, G., Stürmer, K., & Seidel, T. (2011). How pre-service teachers observe teaching on video: effects of viewers' teaching subjects and the subject of the video. *Teaching and Teacher Education*, 27, 1131–1140.
- Blömeke, S., Gustafsson, J.-E., & Shavelson, R. (2014). Beyond dichotomies: competence viewed as a continuum. *Zeitschrift für Psychologie* (accepted).
- Blömeke, S., Hoth, J., Döhrmann, M., Busse, A., Kaiser, G. & König, J. (2015). Teacher change during induction: Profiles in the development of beginning primary teachers' knowledge and beliefs and their relation to performance. *International Journal of Science and Mathematics Education* (accepted).
- Blömeke, S., Kaiser, G., & Lehmann, R. (2008). *Professionelle Kompetenz angehender Lehrerinnen und Lehrer: Wissen, Überzeugungen und Lerngelegenheiten deutscher Mathematikstudierender und –referendare. Erste Ergebnisse zur Wirksamkeit der Lehrerbildung*. Münster: Waxmann.
- Blömeke, S., Suhl, U., & Döhrmann, M. (2012). Zusammenfügen was zusammengehört. Kompetenzprofile am Ende der Lehrerbildung im internationalen Vergleich. *Zeitschrift für Pädagogik*, 58 (4), 422–440.
- Bromme, R. (2005). Thinking and knowing about knowledge: a plea for and critical remarks on psychological research programs on epistemological beliefs. In M. Hoffmann, J. Lenhard, & F. Seeger (Eds.), *Activity and sign—grounding mathematics education* (pp. 191–201). New York: Springer.
- Charlesworth, R., Hart, C. H., Burts, D. C., Thomason, R. H., Mosley, J., & Fleege, P. O. (1993). Measuring the developmental appropriateness of kindergarten teachers' beliefs and practices. *Early Childhood Research Quarterly*, 8, 255–276.
- Dunekacke, S., Jenßen, L., & Blömeke, S. (2015a). Effects of mathematics content knowledge on pre-school teachers' performance: a video-based assessment of perception and planning abilities in informal learning situations. *International Journal of Science and Mathematics Education* (accepted).
- Dunekacke, S., Jenßen, L., & Blömeke, S. (2015b). Mathematikdidaktische Kompetenz von Erzieherinnen und Erziehern: Validierung des KomMa-Leistungstests durch die videogestützte Erhebung von Performanz. *Zeitschrift für Pädagogik* (accepted).
- Felbrich, A., Müller, C., & Blömeke, S. (2008). Epistemological beliefs concerning the nature of mathematics among teacher educators and teacher education students in mathematics. *ZDM—The International Journal on Mathematics Education*, 40, 763–776.
- Fröhlich-Gildhoff, K., Nentwig-Gesemann, I., & Pietsch, S. (2011). *Kompetenzorientierung in der Qualifizierung frühpädagogischer Fachkräfte. Eine Expertise der Weiterbildungsinitiative Frühpädagogische Fachkräfte (WiFF)*. München: Deutsches Jugendinstitut e.V.
- Ginsburg, H. P., & Ertle, B. (2008). Knowing the mathematics in early childhood mathematics. In O. N. Saracho & B. Spodek (Eds.), *Contemporary perspectives on mathematics in early childhood education* (pp. 45–66). Charlotte: Information AGE.
- Grigutsch, S., Raatz, U., & Törner, G. (1998). Einstellungen gegenüber Mathematik bei Mathematiklehrern. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 19, 3–45.
- Hasemann, K., & Gasteiger, H. (2014). *Anfangsunterricht Mathematik*. Berlin: Springer.
- Hogrebe, N., Schulz, S., & Böttcher, W. (2012). Professionalisierung im Elementarbereich—Personalentwicklung im Spannungsfeld von Anspruch und Wirklichkeit. *Soziale Passagen*, 4, 247–261.
- Hu, L., & Bentler, P. M. (1999). Cutoff criteria for fit indexes in covariance structure analysis: conventional criteria versus new alternatives. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, 6(1), 1–55.

- Jenßen, L., Dunekacke, S. & Blömeke, S. (2015a). Qualitätssicherung in der Kompetenzforschung: Empfehlungen für den Nachweis von Validität in Testentwicklung und Veröffentlichungspraxis. *Zeitschrift für Pädagogik* (accepted).
- Jenßen, L., Dunekacke, S., Eid, M. & Blömeke, S. (2015b). The relationship of mathematical competence and mathematics anxiety—an application of latent state-trait theory. *Zeitschrift für Psychologie*, 223(1), 31–38.
- Jenßen, L., Dunekacke, S., Baack, W., Tengler, M., Koinzer, T., Schmude, C., Wedekind, H., Grassmann, M. & Blömeke, S. (2015c). *KomMa: Mathematikbezogene Kompetenz von Erzieher/-innen: Theoretischer Rahmen, Strukturanalyse und Zusammenhang zu Ausbildungsinhalten*.
- Joas, H. (1996). *Die Kreativität des Handelns*. Frankfurt: Suhrkamp.
- Kahan, J. A., Cooper, D. A., & Bethea, K. A. (2003). The role of mathematics teachers' content knowledge in their teaching: a framework for research applied to a study of student teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 6, 223–252.
- Kane, M. T. (1992). The assessment of professional competence. *Evaluation and the Health Professions*, 15(2), 163–182.
- Kersting, N. (2008). Using video clips of mathematics classroom instruction as item prompts to measure teachers' knowledge of teaching mathematics. *Educational and Psychological Measurement*, 68(5), 845–861.
- König, J., Blömeke, S., Klein, P., Suhl, U., Busse, A., & Kaiser, G. (2014). Is teachers' general pedagogical knowledge a premise for noticing and interpreting classroom situations? A video-based assessment approach. *Teaching and Teacher Education*, 38, 76–88.
- Krajewski, K., & Schneider, W. (2009). Early development of quantity to number-word linkage as a precursor of mathematical school achievement and mathematical difficulties: findings from a four-year longitudinal study. *Learning and Instruction*, 19, 513–526.
- Leder, G., Pehkonen, E., & Törner, G. (Eds.). (2002). *Beliefs. A hidden variable in mathematics education*. Dordrecht: Kluwer.
- Lee, J. (2010). Exploring Kindergarten teachers' pedagogical content knowledge of mathematics. *International Journal of Early Childhood*, 47(1), 27–41.
- Lee, J. S., & Ginsburg, H. P. (2007). What is appropriate mathematics education for four-year-olds? Prekindergarten teachers' belief. *Journal for Early Childhood Research*, 5(1), 2–31.
- Lee, J., Meadows, M., & Lee, J. O. (2003). *What causes teachers to implement high quality mathematics education more frequently: focusing on teachers' pedagogical content knowledge*. Washington: ERIC.
- Little, T. D., Cunningham, W. A., Shahar, G., & Widaman, K. F. (2002). To parcel or not to parcel: exploring the question, weighing the merits. *Structural Equation Modeling*, 9, 151–173.
- Muthén, L. K., & Muthén, B. O. (2007). *Mplus user's guide (5th ed.)*. Los Angeles: Muthén & Muthén.
- Nespor, J. (1987). The role of beliefs in the practice of teaching. *Journal of Curriculum Studies*, 19, 317–328.
- Perrez, M., Huber, G. L., & Geißler, K. A. (2001). Psychologie der pädagogischen Interaktion. In A. Krapp & B. Weidenmann (Eds.), *Pädagogische Psychologie. Ein Lehrbuch* (pp. 358–413). 4. Vollständig überarbeitete Auflage. Weinheim: Beltz.
- Richardson, V. (1996). The role of attitudes and beliefs in learning to teach. In J. P. Sikula, T. J. Buttery, & E. Guyton (Eds.), *Handbook of research on teacher education* (pp. 102–119). Michigan: Macmillan.
- Sarama, J., & Clements, D. H. (2009). *Early childhood mathematics education research. Learning trajectories for young children*. New York: Routledge.
- Seo, K.-H., & Ginsburg, H. P. (2004). What is developmentally appropriate in early childhood mathematics education? Lessons from new research. In D. H. Clements, J. Sarama, & A.-M. DiBiase (Eds.), *Engaging young children in mathematics: standards for early childhood mathematics education* (pp. 91–104). Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates.
- Shulmann, L. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4–14.
- Star, J. R., & Strickland, S. K. (2008). Learning to observe: using video to improve preservice mathematics teachers' ability to notice. *Journal for Mathematics Teacher Education*, 107–125.

- Stipek, D. J., & Byler, P. (1997). Early childhood teachers: do they practice what they preach? *Early Childhood Research Quarterly*, 12, 305–325.
- Thiel, O. (2010). Teachers' attitudes towards mathematics in early childhood education. *European Early Childhood Education Research Journal*, 18(1), 105–115.
- van Es, E. A., & Scherin, M. G. (2006). Mathematics teachers "learning to notice" in the context of a video club. *Teaching and Teacher Education*, 24, 244–276.
- van Oers, B. (2009). Emergent mathematical thinking in the context of play. *Educational Studies in Mathematics*, 74(1), 23–37.
- Warfield, J. (2001). Teaching Kindergarten children to solve word problems. *Early Childhood Education Journal*, 28, 161–167.
- Weinert, F.E. (2001). Concept of competence: a conceptual classification. In D.S. Rychen, & L. Hersh Salganik (Eds.), *Defining and selecting key competencies*. Göttingen: Hogrefe.
- Widulle, W. (2009). *Handlungsorientiert Lernen im Studium. Arbeitsbuch für soziale und pädagogische Berufe*. Heidelberg: Springer.
- Wirtz, M., & Caspar, F. (2002). *Beurteilerübereinstimmung und Beurteilerreliabilität*. Göttingen: Hogrefe.
- Wittmann, E. Ch. (2009). Mathematische Bildung. In L. Fried & S. Roux (Eds.), *Pädagogik der frühen Kindheit. Handbuch und Nachschlagewerk* (pp. 205–211). Berlin: Cornelsen.

Selbstständigkeitserklärung zur Dissertation

Ich erkläre ausdrücklich, dass es sich bei der von mir eingereichten Arbeit mit dem Titel
Mathematische Bildung in Alltags- und Spielsituationen begleiten – Handlungsnahe Erfassung mathematikdidaktischer Kompetenz angehender frühpädagogischer Fachkräfte durch die Bearbeitung von Videovignetten.

um eine von mir selbstständig und ohne fremde Hilfe verfasste Arbeit handelt. Ich erkläre ausdrücklich, dass ich sämtliche in der oben genannten Arbeit verwendeten fremden Quellen, auch aus dem Internet (einschließlich Tabellen, Grafiken u.Ä.) als solche kenntlich gemacht habe. Insbesondere bestätige ich, dass ich ausnahmslos sowohl bei wörtlich übernommenen Aussagen bzw. unverändert übernommenen Tabellen, Grafiken o. Ä. (Zitaten) als auch bei in eigenen Worten wiedergegebenen Aussagen bzw. von mir abgewandelten Tabellen, Grafiken o.Ä. anderer Autorinnen und Autoren die Quelle angegeben habe. Mir ist bewusst, dass Verstöße gegen die Grundsätze der Selbstständigkeit als Täuschung betrachtet und entsprechend der Prüfungsordnung und/ oder der Allgemeinen Satzung für Studien- und Prüfungsangelegenheiten der HU (ASSP) geahndet werden.

Kiel, den 17. September 2015

Unterschrift:.....